

# Контрольное задание по лекции №1 "Введение в Maple"

## Часть А: Теоретические вопросы

1. Для чего используется команда `whattype`? Что она вернет для выражения  $x + y = 5$ ?
  - **Ответ:** Команда `whattype` используется для определения типа данных Maple-выражения. Для выражения  $x + y = 5$  она вернет `=`, так как это уравнение.
2. Чем команда `subs` отличается от `eval`?
  - **Ответ:** `subs` выполняет только синтаксическую подстановку, не вычисляя результат. `eval` выполняет подстановку и полное вычисление результата. Например, `subs(x=0, sin(x)/cos(x))` вернет `sin(0)/cos(0)`, а `eval(sin(x)/cos(x), x=0)` вернет `0`.
3. Объясните результат работы команды `nops({1, 2, 3, 3, 2, 1})`.
  - **Ответ:** Команда вернет `3`. Это происходит потому, что `{1, 2, 3, 3, 2, 1}` является множеством (`set`), а множества по определению не могут содержать повторяющиеся элементы. Поэтому оно автоматически преобразуется в `{1, 2, 3}`, и `nops` подсчитывает количество элементов в этом множестве.
4. Когда следует использовать команду `fsolve` вместо `solve`?
  - **Ответ:** Команду `fsolve` следует использовать, когда необходимо найти численное (приближенное) решение уравнения или системы, особенно когда `solve` не может найти точное символьное решение (например, для трансцендентных уравнений или многочленов высокой степени).
5. Что делает команда `allvalues`? С каким объектом она чаще всего работает?
  - **Ответ:** Команда `allvalues` пытается вычислить все возможные значения выражений, содержащих конструкции `RootOf`. Она чаще всего работает с объектами типа `RootOf`, которые Maple использует как компактное представление для корней уравнений, когда их явное выражение слишком громоздко.

## Часть В: Практические задания (с решениями)

### 1. Типы данных и базовые операции

**Задание:** Создайте список `L := [a, b, a, c, b]`. Преобразуйте его в множество `S`. Объясните результат. Извлеките первый и последний элементы из списка `L`.

**Решение:**

```
L := [a, b, a, c, b]; # Создаем список с повторениями
S := convert(L, set); # Преобразуем список в множество
whattype(S);         # Проверим тип получившегося объекта
nops(S);              # Проверим количество элементов в множестве
```

```
L[1];          # Извлечем первый элемент списка (индексация с 1)
L[-1];         # Извлечем последний элемент списка
```

## 2. Работа с выражениями

**Задание:** Дано выражение:  $\text{expr} := (x^2 - 4) / (x^3 - 8)$ .

- Упростите его.
- Разложите на множители числитель и знаменатель по отдельности.
- Вычислите значение выражения при  $x=1$ .

**Решение:**

```
restart;          # Начнем с чистого листа
expr := (x^2 - 4) / (x^3 - 8);
expr_simplified := simplify(expr);      # Упрощаем
factor(numer(expr));    # Разложение числителя на множители
factor(denom(expr));    # Разложение знаменателя на множители
eval(expr, x = 1);      # Вычисляем значение при x=1
```

## 3. Создание и анализ функции

**Задание:** Создайте кусочную функцию  $f(x)$ , которая равна:

- $-x$ , если  $x < 0$
- $0$ , если  $x = 0$
- $x^2$ , если  $x > 0$

Вычислите значения функции в точках  $x = -3$ ,  $x = 0$ ,  $x = 2$ . Постройте эскиз графика этой функции.

**Решение:**

```
restart;
f := x -> piecewise(x < 0, -x, x = 0, 0, x > 0, x^2); # Создаем кусочную функцию
f(-3); # Должно вернуть 3
f(0);  # Должно вернуть 0
f(2);  # Должно вернуть 4
plot(f(x), x = -5..5, thickness=2); # Строим график для визуализации
```

## 4. Решение уравнений и систем

**Задание:**

- Решите уравнение  $x^2 + 2x - 8 = 0$ .
- Решите систему уравнений  $\{x + y = 7, 2x - y = 2\}$ .
- Найдите вещественные корни уравнения  $x^3 - 2x + 1 = 0$ .

**Решение:**

```
restart;
solve(x^2 + 2*x - 8 = 0, x);           # Решаем квадратное уравнение
solve({x + y = 7, 2*x - y = 2}, {x, y}); # Решаем систему
fsolve(x^3 - 2*x + 1 = 0, x);         # Ищем вещественные корни численно
```

## 5. Работа с предположениями (assuming)

**Задание:** Упростите выражение  $\sqrt{x^2}$ . Выполните упрощение, предположив, что  $x < 0$ . Объясните разницу в результатах.

**Решение:**

```
restart;
expr := sqrt(x^2);
simplify(expr);           # Упрощение без предположений
simplify(expr) assuming x < 0; # Упрощение с предположением об x
```

# Контрольные задания по лекции №1 "Введение в Maple"

## Вариант 1

### Часть А: Теоретические вопросы (короткие ответы)

1. Для чего используется команда `whattype`? Что она вернет для выражения `sqrt(2)`?
2. Чем отличается команда `eval` от команды `subs`? Проиллюстрируйте на примере.
3. Объясните разницу между функцией, заданной через `->` и через `unapply`. Когда удобнее использовать каждую из них?
4. Что означает запись `x~` в выводе Maple? Какую команду нужно использовать, чтобы наложить предположение на переменную?
5. Что такое `RootOf`? Почему Maple иногда возвращает результат в такой форме?

### Часть В: Практические задания (написание кода)

1. **Типы данных:** Создайте множество из элементов `[1, 5, 5, 10, 15]`. Определите его тип и количество уникальных элементов в нем.
2. **Преобразования:** Преобразуйте дробь `15/4` в десятичный вид с точностью 5 знаков после запятой. Затем преобразуйте полученное число `3.75` обратно в дробь.
3. **Работа с выражениями:** Дано выражение: `expr := (x^2 - y^2) / (x^3 - y^3)`.
  - Упростите его.
  - Разложите числитель и знаменатель на множители по отдельности.
  - Раскройте скобки в упрощенном выражении.
4. **Функции:** Создайте кусочную функцию `f(x)`, которая равна:
  - `x^2`, если `x < 0`
  - `sin(x)`, если `0 <= x < Pi`
  - `1`, если `x >= Pi`Вычислите значения функции в точках `x = -2`, `x = 1`, `x = 4`.
5. **Решение уравнений:**
  - Решите уравнение `x^2 - 5*x + 6 = 0`.
  - Решите систему уравнений:  
`{ x + y + z = 6, 2*x + y + 3*z = 14, x - y + z = 2 }`
  - Найдите целочисленные решения уравнения `3*x - 4*y = 1`.
6. **Применение предположений (assuming):** Вычислите интеграл `int(1/(x^a), x=0..1)`. Почему Maple выдает ошибку? Выполните вычисление, предположив, что `a < 1`.

## Вариант 2

### Часть А: Теоретические вопросы (короткие ответы)

1. Перечислите команды для разложения на множители, раскрытия скобок и приведения подобных слагаемых. В чем их основное отличие?
2. Для чего используется команда `combine`? Приведите пример ее использования с опцией `trig`.
3. Объясните разницу между командой `solve` и командой `fsolve`. Приведите примеры задач, для которых нужно использовать каждую из них.
4. Что делает команда `allvalues`? С какими объектами она работает?
5. Как с помощью команды `convert` можно преобразовать список в множество? Зачем это `might` быть нужно?

### Часть В: Практические задания (написание кода)

1. **Типы данных:** Создайте список `L := [a, b, c, a, b]`. Преобразуйте его в множество `S`. Объясните, почему количество элементов в `S` меньше, чем в `L`. Извлеките второй и третий элементы из списка `L`.
2. **Преобразования:** Преобразуйте выражение `a + b` в строку. Затем преобразуйте список `[1, 2, 3, 4, 5]` в множество.
3. **Работа с выражениями:** Дано выражение: `expr := exp(2*ln(x) + ln(y))`.
  - Упростите его с помощью `simplify`.
  - Примените к нему команду `expand`.
  - Объясните разницу в результатах.
4. **Функции:** Создайте функцию от двух переменных `g(x, y) = sqrt(x^2 + y^2)` с помощью оператора `->`. Вычислите ее значение в точке `(3, 4)`. Создайте композицию этой функции с самой собой: `g(g(x,y), y)`.
5. **Решение уравнений и неравенств:**
  - Решите неравенство `x^2 - 3*x + 2 > 0`.
  - Решите систему неравенств: `{ x + y > 5, x - y < 1 }` относительно `y`.
  - Найдите все решения уравнения `sin(x) = 1/2` с помощью `solve` (включите опцию `AllSolutions`).
6. **Численные вычисления:** Установите точность вычислений `Digits := 5`. Вычислите численное значение `Pi` и `e` (экспоненты). Преобразуйте число `Pi` в строку и извлеките из этой строки символы с 4-го по 8-й.

## Вариант 3

### Часть А: Теоретические вопросы

1. Что возвращают команды `lhs` и `rhs`? Приведите пример их использования для уравнения.
2. Объясните, чем отличается структура данных `list` от `set`. Когда лучше использовать каждую из них?
3. Для чего предназначена команда `is`? Чем она отличается от `coulditbe`? Приведите пример.
4. Что делает команда `pop`? Приведите пример ее применения к списку и к множеству.
5. Как команда `piecewise` помогает в задании функций? Какие основные аргументы она принимает?

### Часть В: Практические задания

1. **Типы данных:** Создайте матрицу  $2 \times 2$  с произвольными числовыми элементами. Определите ее тип. Извлеките элемент из второй строки первого столбца.
2. **Преобразования:** Преобразуйте число `0.125` в дробь. Преобразуйте множество `{a, b, c}` в список.
3. **Работа с выражениями:** Дано выражение: `expr := (sin(x))^2 + (cos(x))^2 + 1`.
  - Упростите его.
  - Попробуйте разложить на множители. Объясните результат.
  - Примените команду `combine` с опцией `trig`.
4. **Функции:** Создайте функцию `f := x -> piecewise(x < 0, -x, x >= 0, x^2)`. Вычислите ее значения в точках `x = -5`, `x = 0`, `x = 2`. Узнайте, что это за функция.
5. **Решение уравнений:**
  - Решите уравнение  $x^4 - 16 = 0$ . Объясните вид ответа.
  - Решите систему уравнений  $\{a + b = 5, a - b = 1\}$  относительно  $\{a, b\}$ .
  - Найдите вещественные корни уравнения  $x^3 - 2x + 1 = 0$  с точностью 10 знаков.
6. **Применение предположений:** Упростите выражение `sqrt(x^2)`. Выполните упрощение, предположив, что `x > 0`. Объясните разницу в результатах.

## Вариант 4

### Часть А: Теоретические вопросы

1. Какие команды используются для численного вычисления (`evalf`) и символьного вычисления (`eval`) выражений? В чем их ключевое отличие?
2. Что такое `EnvAllSolutions`? Как эта глобальная переменная влияет на работу команды `solve`?
3. Для чего используется команда `denom`? Приведите пример.
4. Опишите, как с помощью команды `unapply` можно создать функцию из готового выражения. В чем преимущество этого способа перед `->`?
5. Что означает запись `_Z1~` в выводе Maple? Какую команду можно использовать, чтобы получить информацию об этом объекте?

### Часть В: Практические задания

1. **Типы данных:** Создайте массив `A` размерности `1x4`, содержащий строки и числа. Определите его тип. Попробуйте выполнить арифметическую операцию `A * 2`. Объясните результат.
2. **Преобразования:** Преобразуйте выражение `cos(Pi/3)` в значение с плавающей точкой, установив точность вычислений `Digits:=2`.
3. **Работа с выражениями:** Дано выражение: `expr := (x^3 - 8) / (x^2 - 4)`.
  - Упростите его.
  - Разложите числитель и знаменатель на множители.
  - Вычислите значение выражения при `x=2` с помощью `eval` и с помощью `subs`. Объясните разницу.
4. **Функции:** Создайте функцию `area(r)`, вычисляющую площадь круга по его радиусу. Вычислите площадь для `r=5`. Создайте новую функцию `volume(h)`, которая, используя `area`, будет вычислять объем цилиндра высотой `h` и радиусом `5`.
5. **Решение уравнений и неравенств:**
  - Решите неравенство `abs(x - 3) < 5`.
  - Решите систему `{x^2 + y^2 = 25, x*y = 12}`. Сколько пар решений вы найдете?
  - Найдите целочисленные решения уравнения `2*x + 3*y = 7`.
6. **Численные методы:** Установите `Digits:=30`. Вычислите `Pi` и `exp(1)` с этой точностью. Преобразуйте результат вычисления `Pi` в строку и определите длину этой строки.

## Вариант 5

### Часть А: Теоретические вопросы

1. Перечислите основные команды для работы с полиномами (разложение, раскрытие, упрощение). Приведите примеры.
2. Что возвращает команда `about()`? Для чего она может быть полезна?
3. Чем команда `factor` отличается от `ifactor`? Приведите пример для каждого случая.
4. Опишите, как в Maple создается вектор. Чем он отличается от одномерного массива или списка?
5. Как с помощью команды `solve` можно решить уравнение относительно одной переменной, входящей в формулу с другими параметрами?

### Часть В: Практические задания

1. **Типы данных:** Создайте список `L1 := [1, 2, 3]` и список `L2 := [a, b, c]`. Объедините их в один список `L3`. Преобразуйте `L3` в множество `S3`. Объясните результат.
2. **Преобразования:** Преобразуйте число `1.6180339887` в дробь с помощью `convert`. Насколько точным получилось приближение?
3. **Работа с выражениями:** Дано выражение: `expr := exp(ln(a) + 2*ln(b))`.
  - Упростите его.
  - Раскройте скобки, если это возможно.
  - Примените команду `collect` по переменной `b`.
4. **Функции:** Создайте функцию `f(x) = x^3` с помощью `->`. Создайте функцию `g(x) = sin(x)` с помощью `unapply` из выражения. Вычислите композицию `f(g(x))` и упростите результат.
5. **Решение уравнений:**
  - Решите уравнение `tan(x) = 1`. Получите общее решение.
  - Решите систему уравнений `{u + v = 10, u^2 - v^2 = 40}`. Проверьте решения подстановкой.
  - Найдите ВСЕ решения уравнения `x^4 - 1 = 0`, используя `solve` и `allvalues` если необходимо.
6. **Предположения (assuming):** Вычислите предел `limit(x^a, x=0)`. Почему Maple не может его вычислить? Вычислите предел, предположив, что `a > 0`.