

Блок 1: Глубокий анализ типов данных и структур

Задание 1.1: Анализ вложенных структур

Создайте следующую структуру: `complex_structure := [{1, 2, {3, 4}}, Matrix(2, 2, [[a, b], [c, d]]), 5 = x^2]`.

1. Определите тип каждого элемента списка (`whattype` для `complex_structure[1], [2], [3]`).
2. Для первого элемента (множества) определите тип его третьего элемента.
3. Для второго элемента (матрицы) извлеките элемент `[2,1]` и определите его тип.
4. Для третьего элемента (уравнения) извлеките правую часть и разложите ее на множители.

Задание 1.2: Сравнение Array, Vector и Matrix

1. Создайте одномерный Array, Vector и список (list) с одинаковыми числовыми элементами.
2. Попробуйте выполнить операцию умножения каждого из этих объектов на 2. Объясните разницу в результатах.
3. Попробуйте выполнить операцию возведения каждого объекта в квадрат (например, A^2). Проанализируйте результаты и ошибки, если они возникнут.
4. Создайте двумерный Array (2x2) и Matrix (2x2). Выполните операцию матричного умножения ($A \cdot B$) для двух одинаковых матриц и двух одинаковых массивов. Сделайте вывод.

Блок 2: Продвинутое манипуляции с выражениями

Задание 2.1: Сравнение команд упрощения

Дано выражение: `expr := (sin(x)^4 - cos(x)^4 + 1) / (sin(x)^2)`.

1. Упростите выражение с помощью `simplify`.
2. Примените к исходному выражению команду `combine` с опцией `trig`.
3. Примените команду `expand`.
4. Сравните результаты, полученные тремя разными способами. Какой метод дал самый "компактный" и ожидаемый результат? Объясните, почему результаты отличаются.

Задание 2.2: Создание и преобразование функций из сложных выражений

Пусть у вас есть выражение, зависящее от параметра `a`: `expr_with_param := a*x^2 + sqrt(a*x)`.

1. Создайте функцию `f1(x)` из этого выражения с помощью `unapply`, считая `a` параметром.
2. Создайте функцию `f2(x, a)` из этого выражения с помощью `unapply`.
3. Предположите, что $a > 0$ (используя `assume`). Создайте функцию `f3(x)` с помощью `unapply` после наложения предположения.

4. Вычислите $f_1(4)$, $f_2(4, a)$, $f_3(4)$. Объясните разницу в выводах Maple, особенно для $f_3(4)$.

Блок 3: Решение сложных уравнений и систем

Задание 3.1: Анализ решений с параметрами

Дано уравнение с параметром c : $eq := c*x^2 - 4*x + 4 = 0$.

1. Решите уравнение относительно x с помощью `solve`.
2. Используйте команду `solve` с опцией `parametric` (если ваша версия Maple ее поддерживает) или проанализируйте решение вручную для разных случаев:
 - $c = 0$
 - $c > 0$
 - $c < 0$
3. Для каждого случая найдите решения, используя `assuming` или подстановку.
4. Постройте график зависимости корней уравнения от параметра c (например, для c от -2 до 2 , исключая ноль). Подсказка: решений два, поэтому понадобится `plot([sol1, sol2], c=...)`.

Задание 3.2: Система с условиями

Решите систему уравнений и неравенств:

$$\{ x^2 + y^2 = 25, x*y = 12, x > 0 \}$$

1. Найдите все решения системы уравнений.
2. Отберите среди них те, которые удовлетворяют условию $x > 0$.
3. Проверьте решения подстановкой в исходную систему с помощью `evalb` и `subs`.
4. Постройте графики обоих уравнений (`implicitplot`) и закрасьте область, где $x > 0$, чтобы визуально проверить решения.

Блок 4: Создание комплексных кусочных функций и работа с ними

Задание 4.1: Функция с особыми точками

Создайте кусочную функцию, которая:

- Не определена при $x = -1$ и $x = 1$.
 - Равна $\sin(x) / (x^2 - 1)$ при $x < -1$.
 - Равна $\cos(x) + 1$ при $-1 < x < 1$.
 - Равна $\exp(-(x-1))$ при $x > 1$.
1. Задайте эту функцию с помощью `piecewise`.
 2. Попробуйте вычислить значение функции в точках $x = -2, 0, 2$. Объясните результаты.
 3. Попробуйте вычислить значение функции в точках $x = -1$ и $x = 1$. Объясните реакцию Maple.
 4. Постройте график этой функции на интервале $x = -3..3$. Используйте опции `discont=true`, `thickness=2` для лучшего отображения.

Задание 4.2: Операции с кусочными функциями

Создайте две кусочные функции:

- $f(x) := \text{piecewise}(x < 0, -x, x \geq 0, x^2)$
- $g(x) := \text{piecewise}(x < 1, x, x \geq 1, 1)$

1. Создайте новую функцию $h(x) = f(x) + g(x)$.
2. Вычислите $h(-2)$, $h(0.5)$, $h(2)$.
3. Постройте графики $f(x)$, $g(x)$ и $h(x)$ на одном рисунке (используйте `plot([f(x), g(x), h(x)], ...)` с разными цветами).
4. Попробуйте найти корень уравнения $h(x) = 1$ численно с помощью `fsolve` на интервале $x = -1..3$.

Блок 5: Комплексное использование предположений (`assume`, `assuming`, `is`, `coulditbe`)

Задание 5.1: Доказательство тождеств

Предположим, что n - целое число (`assume(n::integer)`).

1. Упростите выражения:
 - $\sin(2\pi n)$
 - $\cos(\pi n)$
 - $\sqrt{n^2}$
2. Проверьте, является ли n^{n+1} всегда четным числом, используя `is(n*(n+1)::even)`.
3. Проверьте, может ли $\sin(n)$ быть равным 1, используя `coulditbe(sin(n)=1)`.
4. Объясните результаты пунктов 2 и 3.

Задание 5.2: Работа с символьными интегралами

1. Попробуйте вычислить интеграл `int(exp(-a*t), t=0..infinity)` без предположений.
2. Вычислите тот же интеграл, предположив, что $a > 0$ (используя `assuming`).
3. Попробуйте вычислить интеграл `int(1/(x^p), x=0..1)`.
4. Вычислите интеграл из пункта 3, предположив, что $p < 1$.
5. Объясните, почему в пунктах 1 и 3 без предположений Maple мог вернуть неопределенный результат или сообщение об ошибке.