

Пакеты научных вычислений

Приложение к Лекции 4
Математический анализ в Maple
Интегральные преобразования

Наседкина А. А.



Интегральные преобразования

- Преобразование Фурье
- Преобразование Лапласа

Преобразование Фурье

- **fourier(f(x), x, k)** – преобразование Фурье

$$F(k) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-ikx} dx$$

- **invfourier(F(k), k, x)** – обратное преобразование Фурье

$$f(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(k) e^{ikx} dk$$

- Команды интегральных преобразований входят в пакет **inttrans**

```
> with(inttrans) : assume(0 < a); fourier(e^{-a |x|}, x, k)
```

$$\frac{2a}{a^2 + k^2}$$

```
> invfourier\left(\frac{1}{k^2 - a^2}, k, x\right)
```

$$\frac{1}{2} \frac{\sin(ax) (-2 \operatorname{Heaviside}(x) + 1)}{a}$$

Преобразование Фурье: косинус- и синус-преобразования

- **fouriersin(f(x), x, k)** – синус-преобразование Фурье

$$F(k) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^{\infty} f(x) \sin kx dx$$

- **fouriercos(f(x), x, k)** – косинус-преобразование Фурье

$$F(k) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^{\infty} f(x) \cos kx dx$$

- **fouriersin(F(k), k, x); fouriercos(F(k), k, x)** - обратные преобразования

```
> f := exp(-a * x) * sin(b * x) : assume(0 < a);
```

```
> fouriersin(f, x, k);
```

$$\frac{1}{2} \frac{\sqrt{2} a \left(\frac{1}{a^2 + (b - k)^2} - \frac{1}{a^2 + (k + b)^2} \right)}{\sqrt{\pi}}$$

```
> fouriercos(f, x, k);
```

$$\frac{\sqrt{2} \left(\frac{1}{2} \frac{k + b}{a^2 + (k + b)^2} + \frac{1}{2} \frac{b - k}{a^2 + (b - k)^2} \right)}{\sqrt{\pi}}$$

Преобразование Лапласа

- **laplace(f(x), x, p)** – преобразование Лапласа

$$F(p) = \int_0^{\infty} f(x) e^{-px} dx$$

- **invlaplace(F(p), p, x)** – обратное преобразование Лапласа

$$f(x) = \frac{1}{2\pi i} \int_{a-i\infty}^{a+i\infty} F(p) e^{px} dp$$

> *with(inttrans) : F(p) = laplace(cos(a*x) * sinh(b*x), x, p);*

$$F(p) = \frac{b(-a^2 - b^2 + p^2)}{((p+b)^2 + a^2)((p-b)^2 + a^2)}$$

> *assume(a > 0) : invlaplace(1/(p^2 + 2*a*p), p, x)*

$$\frac{1}{2} \frac{1 - e^{-2ax}}{a}$$