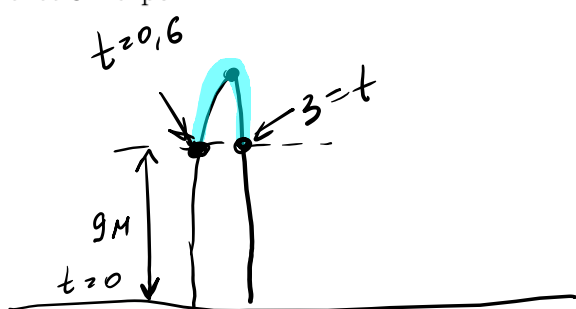


9.1. [демо-2013] Камень брошен вертикально вверх. Пока камень не упал, высота, на которой он находится, описывается формулой $h(t) = -5t^2 + 18t$, где h — высота в метрах, t — время в секундах, прошедшее с момента броска. Сколько секунд камень находился на высоте не менее 9 метров?



$$h(t) \geq 9$$

$$-5t^2 + 18t \geq 9$$

$$-5t^2 + 18t - 9 \geq 0$$

$$0,6 \leq t \leq 3$$

Ответ: $3 - 0,6 = 2,4$

9.2. В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплён кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нём, выраженная в метрах, меняется по закону $H(t) = H_0 - \sqrt{2gH_0}kt + \frac{g}{2}k^2t^2$, где t — время в секундах, прошедшее с момента открытия крана, $H_0 = 20$ м — начальная высота столба воды, $k = \frac{1}{50}$ — отношение площадей поперечных сечений крана и бака, а g — ускорение свободного падения (считайте $g = 10$ м/с²). Через сколько секунд после открытия крана в баке останется четверть первоначального объёма воды?

$$\frac{1}{4}H_0 = H(t) \quad ?$$

$$H_0 - \sqrt{2gH_0} \cdot kt + \frac{g}{2}k^2t^2 = \frac{1}{4}H_0$$

$$\frac{3}{4}H_0 - \sqrt{2gH_0} \cdot kt + \frac{g}{2}k^2t^2 = 0$$

$$\frac{3}{4} \cdot 20 - \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 20} \cdot \frac{1}{50} \cdot t + \frac{10}{2} \cdot \left(\frac{1}{50}\right)^2 t^2 = 0$$

$$t_1 = 150, \quad t_2 = 50$$

Вода закончится при $H(t) = 0$

$$20 - \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 20} \cdot \frac{1}{50}t + \frac{10}{2} \cdot \left(\frac{1}{50}\right)^2 t^2 = 0$$

$$\frac{1}{500}t^2 - \frac{2}{5}t + 20 = 0 \quad | \cdot 500$$

$$t^2 - 200t + 10000 = 0$$

$$(t - 100)^2 = 0 \Rightarrow t = 100 \text{ с}$$

Вода законит.

9.4. Мяч брошен вверх так, что пока он не упал, высота, на которой он находился, описывается формулой: $h(t) = 0,25 + 2,4t - t^2$, где h — высота в метрах, t — время в секундах, прошедшее с момента броска. Сколько процентов от всего времени полёта мяча составляет время, в течение которого мяч находится на высоте не менее 1,05 метра?

① Всё время полёта $h(t) = 0$

$$0,25 + 2,4t - t^2 = 0$$

$$D = 2,4^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 0,25 = 5,76 + 1 = 6,76 = 2,6^2$$

$$t_{1,2} = \frac{-2,4 \pm 2,6}{2 \cdot (-1)}$$

$$t_1 = \frac{-2,4 + 2,6}{-2} < 0$$

$$t_2 = \frac{-2,4 - 2,6}{-2} = \frac{-5}{-2} = 2,5$$

② $h \geq 1,05$

$$0,25 + 2,4t - t^2 \geq 1,05$$

$$-0,8 + 2,4t - t^2 \geq 0$$

$$-0,8 + 2,4t - t^2 = 0$$

$$D = 2,4^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-0,8) = 5,76 - 3,2 = 2,56 = 1,6^2$$

$$t_{1,2} = \frac{-2,4 \pm 1,6}{2 \cdot (-1)} \Rightarrow$$

$$t_1 = \frac{-2,4 + 1,6}{-2} = \frac{-0,8}{-2} = 0,4$$

$$t_2 = \frac{-2,4 - 1,6}{-2} = \frac{-4}{-2} = 2$$

$2 - 0,4 = 1,6$ с мяч был на высоте $\geq 1,05$ м

③ $\frac{2,5 \text{ с} - 100\%}{1,6 \text{ с} - x\%} \Rightarrow x = \frac{1,6 \cdot 100^{\cancel{\cdot 10}}}{2,5} = \frac{16 \cdot 100}{25}$

$$x = 16 \cdot 4 = \boxed{64} \%$$