

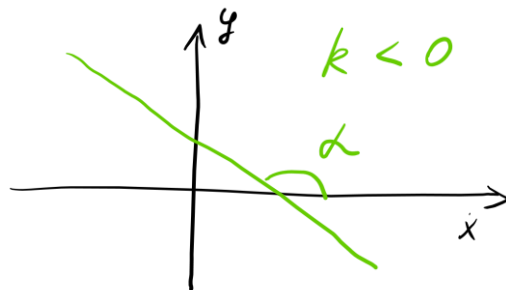
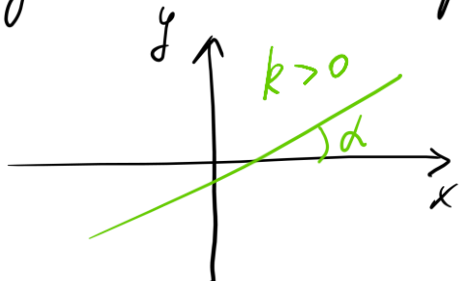
ЕГЭ-11. Графики функций

ПРЯМАЯ (график линейной функции)

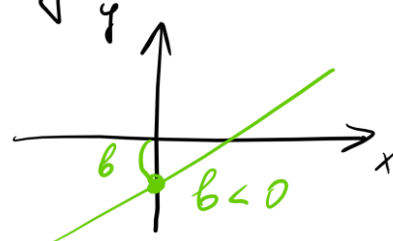
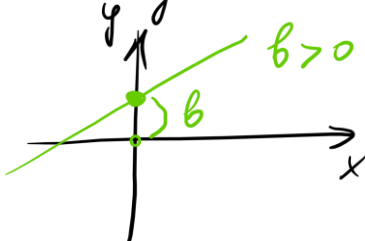
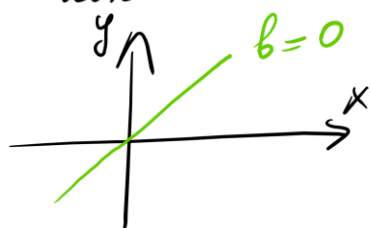
$$y = kx + b$$

k - угол наклона прямой линии к оси Ox

$$k = \tan \alpha$$



b - пересечение линии вдоль оси Oy



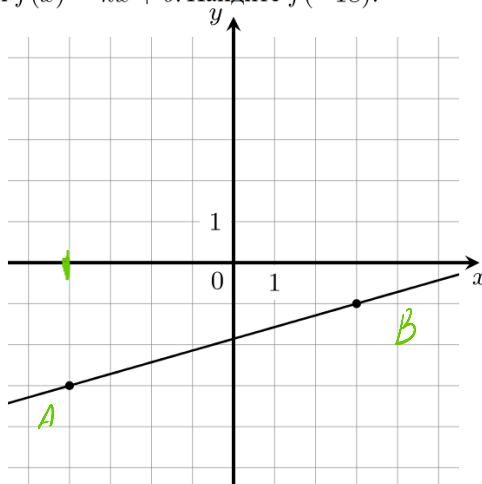
Задание 1

$$y = f(x)$$

$$y \text{ при } x = -18$$

$$y = kx + b$$

На рисунке изображён график функции $f(x) = kx + b$. Найдите $f(-18)$.



$$k = ?$$

$$b = ?$$

$$A(-4; -3)$$

$$B(3; -1)$$

I способ ("в лоб", универсальный)

Сколько неизвестных коэффициентов в записи ф-ции?

$$y = f(x) = kx + b \Rightarrow$$

выбрать на рисунке 2 точки с известными координатами $A(-4; -3)$, $B(3; -1)$ и подставить эти координаты в выражение

$$\begin{cases} k \cdot (-4) + b = -3 \\ k \cdot 3 + b = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b = 4k - 3 \\ 3k + 4k - 3 = -1 \end{cases}$$

$$7k = 2 \Rightarrow k = \frac{2}{7}; \quad b = 4 \cdot \frac{2}{7} - 3 = \frac{8}{7} - \frac{21}{7} = -\frac{13}{7}$$

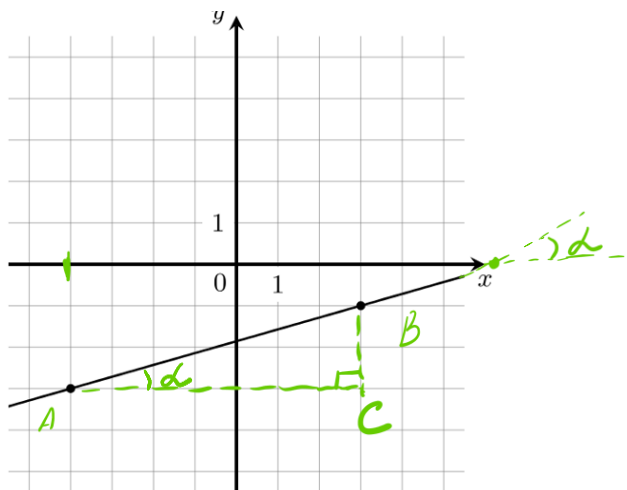
$$y = f(x) = \frac{2}{7}x - \frac{13}{7}$$

$$y = ? \quad x = -18$$

$$f(-18) = y = \frac{2}{7} \cdot (-18) - \frac{13}{7} = -\frac{36}{7} - \frac{13}{7} = -\frac{49}{7} = -7$$

II способ (по свойствам ф-ции)

$$k = \operatorname{tg} \alpha$$



из $\triangle ABC$ $tg \alpha = \frac{BC}{AC}$

$$k = tg \alpha = \frac{2}{7}$$

Для определения "b"
надо выбрать одну точку
 $y = \frac{2}{7}x + b$

$$B(3; -1) : \frac{2}{7} \cdot 3 + b = -1 \Rightarrow b = -1 - \frac{6}{7} = -\frac{13}{7}$$

$$y = \frac{2}{7}x - \frac{13}{7}$$

Задание 2

На рисунке изображён график функции $y = kx + b$. Найдите значение x , при котором $y = -20,5$.

$$tg \alpha = -tg \beta$$

$$k = -tg \beta$$

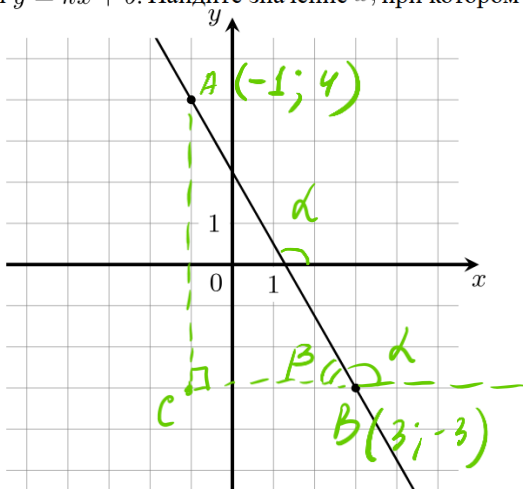
$$tg \beta = \frac{AC}{BC} = \frac{7}{4}$$

$$y = -\frac{7}{4}x + b$$

подставим A:

$$-\frac{7}{4}x \cdot (-1) + b = 4 \Rightarrow b = 4 - \frac{7}{4} = \frac{9}{4}$$

$$y = -\frac{7}{4}x + \frac{9}{4}$$



$$\begin{cases} -1 \cdot k + b = 4 \\ 3 \cdot k + b = -3 \end{cases}$$

вычитаем
из I y - II:

$$-k - 3k = 4 - (-3)$$

$$-4k = 7 \Rightarrow k = -\frac{7}{4}$$

$$b = k + 4 = -\frac{7}{4} + 4 = \frac{9}{4}$$

известно,
что $y = -20,5$
какой x ?

$$-20,5 = -\frac{7}{4} \cdot x + \frac{9}{4} \quad | \cdot 4$$

$$-82 = -7x + 9 \Rightarrow -7x = -91$$

$$x = 7$$

Задание 3

На рисунке изображены графики двух функций вида $y = kx + b$, которые пересекаются в точке $A(x_0; y_0)$. Найдите x_0 .

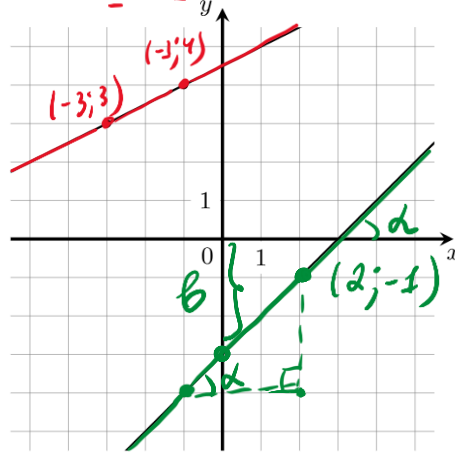
$$\begin{cases} -3 \cdot k + b = 3 \\ -1 \cdot k + b = 4 \end{cases}$$

$$-2k = -1$$

$$k = \frac{1}{2}$$

$$b = k + 4 = \frac{9}{2}$$

$$y = \frac{1}{2}x + \frac{9}{2}$$



$$k = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{3}{3} = 1$$

$$y = x + b$$

$$2 + b = -1$$

$$b = -3$$

$$y = x - 3$$

Точка пересечения $A(x_0; y_0)$ — решение системы уравнений: $x = ?$

$$\begin{cases} y = \frac{1}{2}x + \frac{9}{2} \\ y = x - 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}x + \frac{9}{2} = x - 3 \Rightarrow \frac{1}{2}x - x = -3 - \frac{9}{2}$$

$$-\frac{1}{2}x = -\frac{15}{2} \Rightarrow x = 15 = x_0$$

Самостоятельно решить задачи 4—11

4. 71,2

5. -7

6. 13

7. 13

8. 26,5

9. 3,4

10. 3

11. 4

ПАРАБОЛА (график квадратичной функции)

$$y = ax^2 + bx + c$$

a - коэф-т, отвечающий за направление ветвей параболы



b, c отвечают за положение параболы вдоль осей Ox и Oy соответственно

$$y = a(x - x_0)^2 + y_0, \text{ где } (x_0, y_0) - \text{коорр. вершины параболы}$$

Задание 12

На рисунке изображён график функции $f(x) = ax^2 + bx + c$, где числа a, b и c — целые. Найдите значение $f(11)$.

И способ

$$\begin{cases} 16a - 4b + c = 3 \\ 4a - 2b + c = -1 \\ c = 3 \end{cases}$$

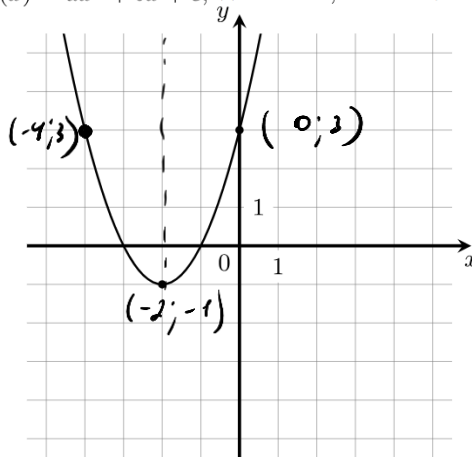
$$\begin{cases} 16a - 4b = 0 & | :4 \\ 4a - 2b = -4 & | :2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4a - b = 0 \Rightarrow b = 4a \\ 2a - b = -2 \end{cases}$$

$$2a - 4a = -2 \Rightarrow -2a = -2$$

$$a = 1 \Rightarrow b = 4$$

$$y = x^2 + 4x + 3$$



II способ

вершина (x_0, y_0)

$$y = a(x + 2)^2 - 1$$

пройти точку $(0, 3)$:

$$a(0 + 2)^2 - 1 = 3$$

$$4a = 4 \Rightarrow a = 1$$

$$y = (x + 2)^2 - 1$$

$f(11)$?

$$f(11) = y = (11 + 2)^2 - 1 = 13^2 - 1 = 169 - 1 = 168$$

Задание 13

На рисунке изображён график функции вида $f(x) = ax^2 + bx + c$, где числа a, b и c — действительные. Найдите значение $f(-1)$.

$$y = a(x-4)^2 - 3$$

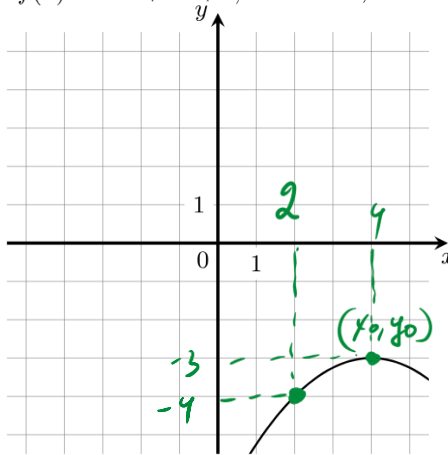
$$a(2-4)^2 - 3 = -4$$

$$4 \cdot a = -1$$

$$a = -\frac{1}{4}$$

$$y = -\frac{1}{4}(x-4)^2 - 3$$

$$f(-1) = y = -\frac{1}{4}(-1-4)^2 - 3 = -\frac{25}{4} - 3 = -\frac{37}{4} = -9,25$$



$$y = a(x-x_0)^2 + y_0$$

Задача 19

На рисунке изображены графики функций $f(x) = 2x^2 - 5x + 4$ и $g(x) = ax^2 + bx + c$ которые пересекаются в точках A и B. Найдите ординату точки B.

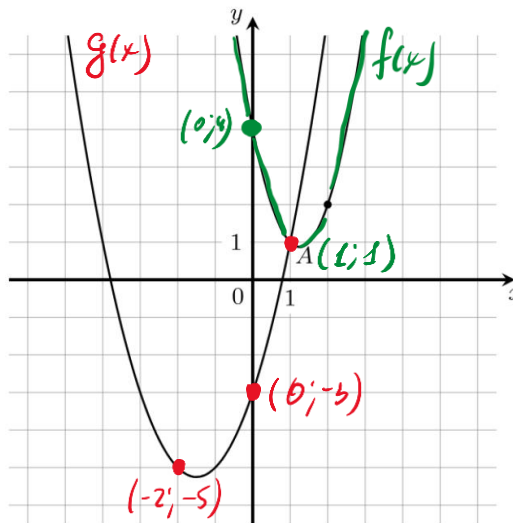
$f(x)$ представить
(0; -3) и (-2; -5)

$$2 \cdot 0^2 - 5 \cdot 0 + 4 = -3$$

(0; 4) представить
в $g(x) = 2x^2 - 5x + 4$

$$2 \cdot 0^2 - 5 \cdot 0 + 4 = 4$$

Верно!



$$g(x): \begin{matrix} (1; 1) \\ (0; -3) \\ (-2; -5) \end{matrix}$$

$$\begin{cases} a + b + c = 1 \\ c = -3 \\ 4a - 2b + c = -5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a + b = 4 \\ 4a - 2b = -2 \quad | : 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a + b = 4 \\ 2a - b = -1 \end{cases}$$

$$3a = 3 \Rightarrow a = 1$$

$$b = 3$$

Точки пересечения:

$$\begin{cases} y = 2x^2 - 5x + 4 \\ y = x^2 + 3x - 3 \end{cases} \Rightarrow$$

ордината (.) B

$$2x^2 - 5x + 4 = x^2 + 3x - 3$$

$$x^2 - 8x + 7 = 0$$

$$\begin{matrix} + & | & 8 & | & x_1 = 1 & - \text{точка A} \\ \cdot & | & 7 & | & x_2 = 7 & - \text{точка B} \end{matrix}$$

$$y_2 = 7^2 + 3 \cdot 7 - 3 = 49 + 18 = 67$$

Самостоятельно:

14. 15,5

15. 3

16. -44

17. -11

18. 6,4375

20. 20

21. 12

Задание 17

На рисунке изображён график функции вида $f(x) = ax^2 + bx + c$, где числа a , b и c — действительные. Найдите значение $f(1)$.

$$\begin{cases} 9a + 3b + c = 5 \\ 25a + 5b + c = 5 \\ 4a + 2b + c = -1 \end{cases}$$

из 2-го вычитаем 1:

$$16a + 2b = 0 \quad | :2$$

$$8a + b = 0 \Rightarrow b = -8a$$

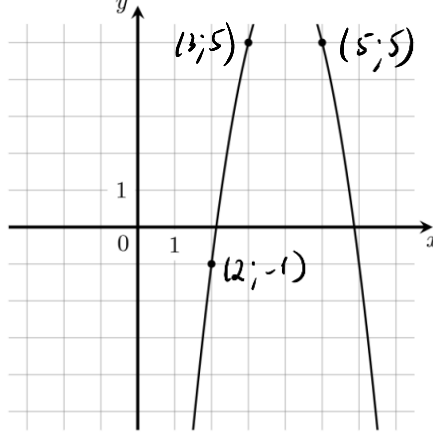
из 1-го вычитаем 3:

$$5a + b = 6 \quad \text{сюда подставляем } b = -8a$$

$$5a - 8a = 6 \Rightarrow -3a = 6 \Rightarrow a = -2$$

$$b = 16 \Rightarrow 4 \cdot (-2) + 2 \cdot 16 + c = -1$$

$$c = -1 + 8 - 32 = -25$$



$$y = -2x^2 + 16x - 25$$

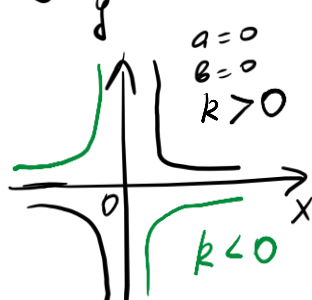
$$f(1) = -2 \cdot 1^2 + 16 \cdot 1 - 25 =$$

$$= -2 + 16 - 25 =$$

$$= 14 - 25 = -11$$

ГИПЕРБОЛА (график дробно-рациональной функции)

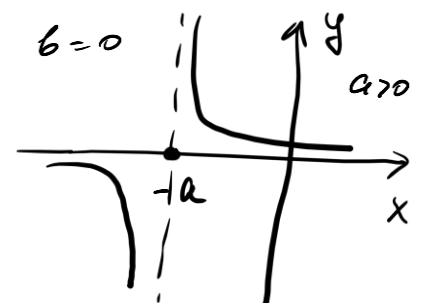
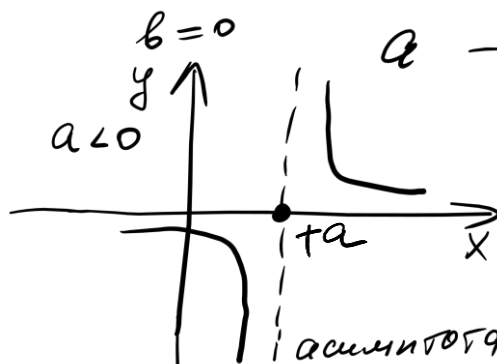
$$y = \frac{k}{x+a} + b$$

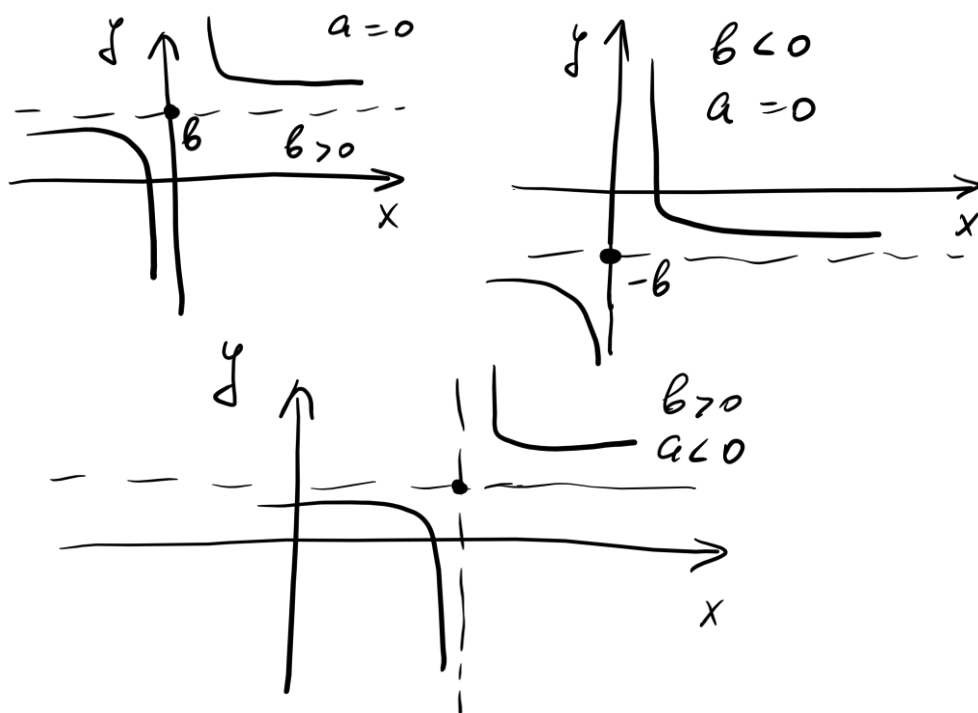


k — константа

b — \updownarrow перем.

a — перемещ. \leftarrow





Задание 22

На рисунке изображён график функции $f(x) = \frac{k}{x+a}$. Найдите $f(18)$.

$$k, a = ?$$

$$\begin{cases} \frac{k}{0+a} = 1 \\ \frac{k}{2+a} = 3 \end{cases}$$

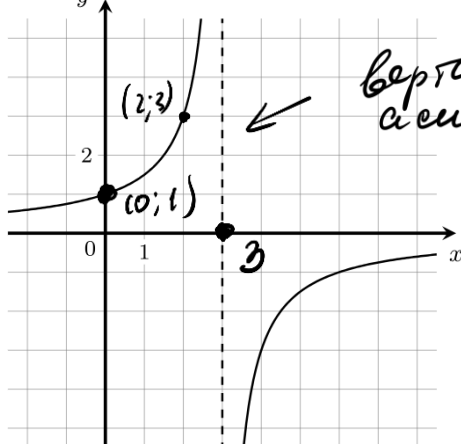
$$\begin{cases} k = a \\ k = 3(a+2) \end{cases}$$

$$3a+6 = a$$

$$2a = -6$$

$$a = -3$$

$$k = -3$$



$$\Rightarrow a = -3$$

$$y = \frac{k}{x-3}$$

$$\frac{k}{2-3} = 3$$

$$k = -3$$

$$y = \frac{-3}{x-3}$$

$$f(18) = \frac{-3}{18-3} = \frac{-3}{15}$$

$$f(18) = -\frac{1}{5} = -0,2$$

Задание 23

На рисунке изображён график функции вида $f(x) = \frac{a}{x+b} + c$. Найдите $f(-17)$.

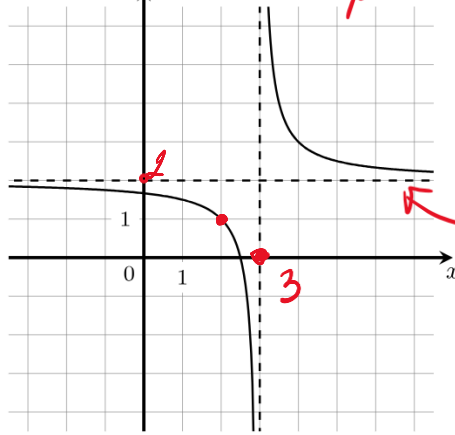
$$f(x) = \frac{a}{x-3} + 2$$

$$(2; 1)$$

$$\frac{a}{2-3} + 2 = 1$$

$$\frac{a}{-1} = -1$$

$$a = 1$$



$$f(x) = \frac{1}{x-3} + 2$$

$$f(-17) = \frac{1}{-17-3} + 2 = -\frac{1}{20} + \frac{40}{20} = +\frac{39}{20} = \frac{195}{100}$$

$$1,95$$

$$24) -0,5$$

$$25) -13$$

$$26) 0,84$$

$$27) 0,25$$

$$28) -2$$

$$29) -0,1$$

$$30) 0,2$$

$$31) -0,2$$

$$32) -0,8$$