

Лабораторная работа 5

Определение достоверности различий по t - критерию Стьюдента

t - критерий Стьюдента относится к параметрическим, следовательно, его использование возможно только в том случае, когда результаты эксперимента представлены в виде измерений по двум последним шкалам - интервальной и отношений и они имеют *нормальное* распределение. Проиллюстрируем возможности критерия Стьюдента на конкретном примере.

Предположим, необходимо выяснить эффективность обучения стрельбе по определенной методике. Для этой цели проводится сравнительный педагогический эксперимент, где одна группа (экспериментальная), состоящая из 8 человек, занимается по предлагаемой экспериментальной методике, а другая (контрольная) - по традиционной, общепринятой. Рабочая гипотеза заключается в том, что новая, предлагаемая методика окажется более эффективной. Итогом эксперимента является контрольная стрельба из пяти выстрелов, по результатам которых (табл. 1) нужно рассчитать достоверность различий и проверить правильность выдвинутой гипотезы.

Таблица 1
Сравнительные результаты обучения стрельбе

Группы	n	Очки							
Экспериментальная	8	35	40	28	32	30	25	43	44
Контрольная	8	23	20	43	35	15	26	24	28

Что же необходимо сделать для расчета достоверности различий по t - критерию Стьюдента?

1. Вычислить средние арифметические величины ($\bar{X}$) для каждой группы в отдельности по следующей

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} (3)$$

Проставив в формулу фактические значения из таблицы 1, получим:

$$\bar{X}_э = \frac{35 + 40 + \dots + 44}{8} = \frac{277}{8} \approx 35;$$

$$\bar{X}_к = \frac{23 + 20 + \dots + 28}{8} = \frac{214}{8} \approx 27.$$

Сопоставление среднеарифметических величин показывает, что в экспериментальной группе данная величина выше, чем в контрольной. Однако для окончательного утверждения о том, что занимающиеся экспериментальной группы научились стрелять лучше, следует убедиться в статистической достоверности различий (t) между рассчитанными среднеарифметическими значениями.

2. Для этой цели дальше необходимо вычислить в обеих группах стандартное (квадратическое) отклонение (σ) по следующей формуле:

$$\sigma = \pm \frac{X_{i \max} - X_{i \min}}{K}, \quad (4)$$

где $X_{i \max}$ - наибольший показатель; $X_{i \min}$ - наименьший показатель; K - табличный коэффициент.

Порядок вычисления стандартного отклонения (σ):

- определить $X_{i \max}$ в обеих группах;
- определить $X_{i \min}$ в этих группах;
- определить число измерений в каждой группе (n);
- найти значение коэффициента K по специальной таблице (приложение 2), который соответствует числу измерений в группе (8). Для этого: в левом крайнем столбце под индексом (n) находим цифру 0, так как количество измерений в нашем примере меньше 10, а в верхней

строке - цифру 8; на пересечении этих строк - 2,85, что соответствует значению коэффициента K при 8 испытуемых;

- подставить полученные значения в формулу и произвести необходимые вычисления:

$$\sigma_э = \pm \frac{44 - 25}{2,85} \approx 6,6; \quad \sigma_к = \pm \frac{43 - 15}{2,85} \approx 9,8.$$

3. Следующим этапом является вычисление стандартной ошибки среднего арифметического значения (m) по формуле:

$$m = \pm \frac{\sigma}{\sqrt{n-1}}, \text{ когда } n < 30 \text{ и } m = \pm \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \text{ когда } n \geq 30.$$

Для нашего примера подходит первая формула, так как $n < 30$. Вычислим для каждой группы значения (m):

$$m_э = \pm \frac{6,6}{\sqrt{8-1}} = \frac{6,6}{2,6} \approx 2,5; \quad m_к = \pm \frac{9,8}{\sqrt{8-1}} = \frac{9,8}{2,6} \approx 3,8.$$

4. Вычислить среднюю ошибку разности по формуле:

$$t = \frac{\bar{X}_э - \bar{X}_к}{\sqrt{m_э^2 + m_к^2}} = \frac{35 - 27}{\sqrt{2,5^2 + 3,8^2}} = \frac{35 - 27}{\sqrt{6,25 + 14,44}} = \frac{8}{\sqrt{20,69}} = \frac{8}{4,5} \approx 1,7.$$

5. По специальной таблице определить достоверность различий. Для этого полученное значение (t) сравнивается с граничным при 5%-ном уровне значимости ($t_{0,05}$) при числе степеней свободы $f = n_э + n_к - 2$, где $n_э$ и $n_к$ - общее число индивидуальных результатов соответственно в экспериментальной и контрольной группах. Если окажется, что полученное в эксперименте ($t_{ф}$) *больше* или *равно* граничному значению ($t_{гр}$), т.е. $t_{ф} \geq t_{гр}$, то различия между средними арифметическими двух групп считаются *достоверными* при 5%-ном уровне значимости и наоборот, в случае, когда полученное $t_{ф}$ *меньше* граничного значения $t_{гр}$, считается, что различия *недостоверны*, и разница в среднеарифметических

показателях групп имеет случайный характер. Граничное значение при 5%-ном уровне значимости ($t_{0,05}$) определяется следующим образом: - вычислить число степеней свободы $f = 8 + 8 - 2 = 14$;

- найти по таблице граничное значение $t_{0,05}$ при $f = 14$.

В нашем примере граничное (табличное) значение $t_{0,05}=2,15$, сравним это значение с вычисленным t , которое равно 1,7, т. е. *меньше* граничного значения (2,15). Следовательно, различия между полученными в эксперименте средними арифметическими значениями считаются *недостовверными*, а значит, недостаточно оснований говорить о том, что одна методика обучения стрельбе оказалась эффективнее другой. В этом случае можно записать: $t=1,7$ при $P > 0,05$, это означает, что в случае проведения 100 аналогичных экспериментов вероятность (P) получения подобных результатов, когда средние арифметические величины экспериментальных групп окажутся выше контрольных, больше 5%-ного уровня значимости или меньше 95 случаев из 100. Итоговое оформление таблицы с учетом полученных расчетов и с приведением соответствующих параметров может выглядеть следующим образом (табл. 2).

Таблица 2
Сравнительные результаты обучения стрельбе

Группы	n	Очки	$\bar{X}$	σ	m	t	p
Экспериментальная	8	35 40 28 32 30 25 43 44	35	6,6	2,5	1,7>0,05	
Контрольная	8	23 20 43 35 15 26 24 28	27	9,8	3,8		

При сравнительно больших числах измерений условно принято считать, что если разница между средними арифметическими показателями равна или больше трех своих ошибок, то различия считаются достоверными. В этом случае достоверность различий определяется по следующему уравнению:

$$\bar{X}_э - \bar{X}_к \geq 3\sqrt{m_э^2 + m_к^2} . \quad (5)$$

Правильное применение t - критерия предполагает нормальное распределение сравниваемых результатов. Если это условие не выполняется, то данный критерий применять не рекомендуется.

Задания для выполнения:

Задание 1

1. Используя t -критерий Стьюдента, установить уровень статистической значимости различий между двумя классами.

Баллы за выполнение контрольной работы

№	8 класс А	8 класс Б	№	8 класс А	8 класс Б
1	81	64	10	71	62
2	60	60	11	60	78
3	88	77	12	80	60
4	72	80	13	83	51
5	71	85	14	74	73
6	91	53	15	64	67
7	82	68	16		
8	71	67	17		
9	60	71			

Задание 2

- Используя t-критерий Стьюдента, установить уровень статистической значимости различий между двумя классами.

Баллы за выполнение контрольной работы

№	8 класс А	8 класс Б	№	8 класс А	8 класс Б
1	81	45	10	71	62
2	60	60	11	60	78
3	88	40	12	80	60
4	72	50	13	83	51
5	71	30	14	74	73
6	91	53	15	64	67
7	82	68	16		
8	71	30	17		
9	60	60			

Задание 3

- Используя t-критерий Стьюдента, установить уровень статистической значимости различий между двумя классами.

Баллы за выполнение контрольной работы

№	8 класс А	8 класс Б	№	8 класс А	8 класс Б
1	81	64	10	71	62
2	60	60	11	80	78
3	75	77	12	80	60
4	72	80	13	83	62
5	80	85	14	74	73
6	91	60	15	64	67
7	82	68	16		76
8	71	67	17		60
9	60	71			

Задание 4

- Используя t-критерий Стьюдента, установить уровень статистической значимости различий между двумя классами.

Баллы за выполнение контрольной работы

№	8 класс А	8 класс Б	№	8 класс А	8 класс Б
1	81	64	10	71	62
2	90	45	11	80	78
3	75	77	12	80	60
4	72	100	13	83	28
5	80	85	14	74	73
6	91	43	15	64	67
7	82	68	16		76
8	71	67	17		60
9	85	91			