

ЕГЭ-16 (Вычисление рекуррентных выражений, 5 минут)^a

Содержание

16.1	Примеры решения задач. Часть I	2
	Задания для самостоятельной работы	4
	Задания для дополнительной отработки	5
16.2	Примеры решения задач. Часть II	6
	Задания для самостоятельной работы	8
	Задания для дополнительной отработки	10
16.3	Примеры решения задач. Часть III	12
	Задания для самостоятельной работы	12
	Задания для дополнительной отработки	13
16.4	Примеры решения задач. Часть IV	14
	Задания для самостоятельной работы	15
	Задания для дополнительной отработки	16
16.5	Нестандартные задания. Часть V*	18
Ответы		22

^a Тестовый вариант (возможны опечатки). Нулевой курс мехмата ЮФУ.

16.1 Примеры решения задач. Часть I

Пример 16.1. Алгоритм вычисления значения функции $F(n)$, где n — натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = 2 \text{ при } n = 1$$

$$F(n) = F(n-1) + 3n^2, \text{ если } n > 1$$

Чему равно значение функции $F(19)$?

_____ Рекурсивная функция (прямая рекурсия). Ответ: 7409 _____

```
def F(n):
    if n == 1:
        return 2
    return F(n-1) + 3*n**2

print(F(19))
```

_____ Динамическое программирование. Списки. Ответ: 7409 _____

```
nn = 19
F = [0]*(nn+1)
F[1] = 2
for n in range(2, nn+1):
    F[n] = F[n-1] + 3*n**2

print(F[19])
```

Пример 16.2 (типа ЕГЭ-2023, ЕГЭ-2024). Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n — натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = 5, \text{ при } n < 5,$$

$$F(n) = n + F(n-2), \text{ если } n \geq 5.$$

Чему равно значение выражения $(F(2125) - F(2121))/4$?

Решение. I способ. Вручную.

$$\begin{aligned} \frac{F(2125) - F(2121)}{4} &= \frac{2125 + F(2123) - F(2121)}{4} = \\ &= \frac{2125 + 2123 + F(2121) - F(2121)}{4} = \frac{2125 + 2123}{4} = \frac{4248}{4} = 1062. \end{aligned}$$

Решение. II способ. Программирование.

Динамическое программирование. Ответ: 1062

```
nn = 2125
a = [0]*(nn+1)
for n in range(5):
    a[n] = 5

for n in range(5, nn+1):
    a[n] = n + a[n-2]

ans = (a[2125] - a[2121]) // 4
print(ans)
```

Прямая рекурсия и увеличение количества допустимых вызовов. Ответ: 1062

```
from sys import setrecursionlimit

setrecursionlimit(2200)

def F(n):
    if n < 5:
        return 5
    return n + F(n-2)

ans = (F(2125) - F(2121)) // 4
print(ans)
```

Примечание. Метод `sys.setrecursionlimit()` позволяет установить максимальное количество вызовов рекурсивной функции, прежде чем будет сгенерировано исключение `RecursionError`.

Осторожно. Увеличение значения `setrecursionlimit()` может привести к увеличению потребления памяти.

Прямая рекурсия и кэширование. Ответ: 1062

```
from functools import lru_cache

@lru_cache
def F(n):
    if n < 5:
        return 5
    return n + F(n-2)

for n in range(1, 2025+1):
    F(n)

ans = (F(2125) - F(2121)) // 4
print(ans)
```

Примечание. `lru_cache` — это встроенный декоратор, который позволяет кэшировать^b результаты функций.

Декоратор подходит для рекурсивных или постоянно вычисляющих функций. При вызове такой функции с одним и тем же аргументом декоратор просто возьмёт нужное значение из кэша, полученное в результате прошлых вызовов.

Алгоритм `lru_cache` хранит `maxsize` самых последних используемых вызовов. Вызовы, которые давно не используются, выбрасываются из кэша, если он переполнен.

Параметр `maxsize` определяет, сколько результатов нужно хранить. Стратегия LRU (Least Recently Used, «вытеснение давно неиспользуемых») гарантирует сохранение только самых последних доступных результатов.

Задания для самостоятельной работы

№ 16.1 (→). Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n — натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} F(n) &= 2 \text{ при } n = 1, \\ F(n) &= 2F(n-1) + n^2 - 4n, \text{ если } n > 1. \end{aligned}$$

Чему равно значение функции $F(27)$?

№ 16.2 (→). Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n — целое число, задан следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} F(n) &= 2 \text{ при } n \leq 1, \\ F(n) &= 50 - F(n-1) + 2 \cdot F(n-2), \text{ если } n > 1. \end{aligned}$$

Чему равно значение функции $F(20)$?

№ 16.3 (→; типа ЕГЭ-2023). Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n — натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} F(n) &= 5, \text{ при } n < 5, \\ F(n) &= n + 1 + F(n-3), \text{ если } n \geq 5. \end{aligned}$$

Чему равно значение выражения $F(4025) + F(4022) - 2 \cdot F(4019)$?

№ 16.4 (→; типа ЕГЭ-2024). Алгоритм вычисления значения функции $F(n)$, где n — натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} F(n) &= 3 \text{ при } n = 1; \\ F(n) &= n \cdot F(n-1), \text{ если } n > 1. \end{aligned}$$

Чему равно значение $(F(2025) - 7 \cdot F(2024)) / F(2023) - 100\,000$?

Задания из сборника К. Полякова: 3 (102697), 5 (1398104), 185 (4048), 213 (16362024)

^bКэширование — это временное хранение часто запрашиваемых данных в специальном буфере — кэше.

Задания для дополнительной отработки

№ 16.5 (→). Алгоритм вычисления функции $F(n)$ задан следующими соотношениями:

$$F(n) = n \text{ при } n > 11,$$

$$F(n) = 2 \cdot F(n+1) + n + 6, \text{ если } n \leq 11.$$

Чему равно значение функции $F(7)$?

№ 16.6 (→). Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n — целое число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = 2 \text{ при } n \leq 1,$$

$$F(n) = 4(n-2) + F(n-1) + F(n-2), \text{ если } n > 1.$$

Чему равно значение функции $F(37)/30$?

№ 16.7 (→; типа Демо-2023). Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n — натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = 2, \text{ при } n = 1,$$

$$F(n) = n \cdot F(n-1) \cdot 2025, \text{ если } n > 1.$$

Чему равна сумма цифр значения выражения $\frac{F(2025)}{100 \cdot F(2023)}$?

№ 16.8 (→). Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n — натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = 1, \text{ при } n \leq 3,$$

$$F(n) = (2n-1) \cdot F(n-3), \text{ если } n > 3.$$

Чему равно значение выражения $F(4500)/F(4494)$?

№ 16.9 (→; типа ЕГЭ-2024). Алгоритм вычисления значения функции $F(n)$, где n — натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = 1 \text{ при } n = 1;$$

$$F(n) = 2n \cdot F(n-1), \text{ если } n > 1.$$

Чему равно значение $(F(2025)/3 + F(2024))/F(2023)$?

Задания из сборника К. Полякова: 8 (1 874 798), 6 (1 235 714), 131 (82 669 12 626), 132 (347 280 657 273), 215 (6 147 897)

16.2 Примеры решения задач. Часть II

Пример 16.3 (типа ЕГЭ-2025). Алгоритм вычисления функций $F(n)$ и $G(n)$, где n — целое число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = 2 \cdot (G(n - 3) + 4),$$

$$G(n) = 2 \cdot n, \text{ при } n < 8,$$

$$G(n) = G(n - 2) + 2, \text{ при } n \geq 8.$$

Чему равно значение выражения $F(3600)$?

```
_____ Рекурсия. Ответ: 7216 _____  
from sys import setrecursionlimit  
  
setrecursionlimit(4000)  
def F(n):  
    return 2*(G(n-3) + 4)  
  
def G(n):  
    if n < 8:  
        return 2*n  
    return G(n-2) + 2  
  
res = F(3600)  
print(res) # 7216
```

```
_____ Дин. программирование. Ответ: 7216 _____  
nn = 3600  
f = [0]*(nn+1)  
g = [0]*(nn+1)  
  
for n in range(0, 8):  
    g[n] = 2*n  
  
for n in range(8, nn+1):  
    f[n] = 2*(g[n-3] + 4)  
    g[n] = g[n-2] + 2  
  
res = f[3600]  
print(res) # 7216
```

Пример 16.4. Алгоритм вычисления функций $F(n)$ и $G(n)$, где n — натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = G(n) = 1 \text{ при } n = 1,$$

$$F(n) = F(n-1) - n \cdot G(n-1), \text{ при } n > 1,$$

$$G(n) = 2 \cdot F(n-1) + G(n-1), \text{ при } n > 1.$$

а) Чему равно значение функции $G(15)$?

б) Чему равна сумма цифр значения выражения $G(37) - F(36)$?

Решение задачи а). Запишем отдельно постановки для функций $F(n)$ и $G(n)$:

$$F(n) = 1 \text{ при } n = 1,$$

$$F(n) = F(n-1) - n \cdot G(n-1), \text{ при } n > 1;$$

$$G(n) = 1 \text{ при } n = 1,$$

$$G(n) = 2 \cdot F(n-1) + G(n-1), \text{ при } n > 1.$$

— Косвенная рекурсия. Ответ: 35788457 —

```
def F(n):
    if n == 1:
        return 1
    return F(n-1) - n*G(n-1)

def G(n):
    if n == 1:
        return 1
    return 2*F(n-1) + G(n-1)

print(G(15))
```

— Дин. программирование. Ответ: 35788457 —

```
nn = 15
F = [0]*(nn+1)
G = [0]*(nn+1)
F[1] = 1
G[1] = 1

for n in range(2, nn+1):
    F[n] = F[n-1] - n*G[n-1]
    G[n] = 2*F[n-1] + G[n-1]

print(G[15])
```

Решение задачи б). Особенность: «длительность вычисления».

— Рекурсия и кэширование. Ответ: 151 —

```
from functools import lru_cache

@lru_cache
def F(n):
    if n == 1:
        return 1
    return F(n-1) - n*G(n-1)

def G(n):
    if n == 1:
        return 1
    return 2*F(n-1) + G(n-1)

res = G(37) - F(36)
ans = sum(int(x) for x in str(res))
print(ans)
```

— Дин. программирование. Ответ: 151 —

```
nn = 37
F = [0]*(nn+1)
G = [0]*(nn+1)

F[1] = 1
G[1] = 1

for n in range(2, nn+1):
    F[n] = F[n-1] - n*G[n-1]
    G[n] = 2*F[n-1] + G[n-1]

res = G[37] - F[36]
ans = sum(int(x) for x in str(res))
print(ans)
```

Задания для самостоятельной работы

№ 16.10 (→). Алгоритм вычисления функций $F(n)$ и $G(n)$, где n — целое число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = n \text{ при } n \leq 2,$$

$$F(n) = 2 \cdot F(n-1) + n \text{ при } n > 2,$$

$$G(n) = F(n-2).$$

Чему равна сумма цифр значения выражения $F(100) - 2 \cdot G(100)$?

№ 16.11 (→). Алгоритм вычисления функций $F(n)$ и $G(n)$, где n — целое число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = n \text{ при } n \leq 2,$$

$$F(n) = 2 \cdot F(n-1) + n \text{ при } n > 2,$$

$$G(n) = F(n-1) - 2n.$$

Чему равна сумма цифр значения $F(52) - 5 \cdot G(52)$?

№ 16.12 (→); типа ЕГЭ-2025). Алгоритм вычисления функций $F(n)$ и $G(n)$, где n — целое число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = n \text{ при } n \leq 10,$$

$$F(n) = F(n-2) + n \text{ при } n > 10,$$

$$G(n) = F(n-3) + 10.$$

Чему равно значение $G(2526)$?

№ 16.13 (→); типа демо ЕГЭ-2026). Алгоритм вычисления функций $F(n)$ и $G(n)$, где n — целое число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = 3 \cdot (G(n-2) + 5);$$

$$G(n) = 3 \cdot n, \text{ если } n < 8;$$

$$G(n) = G(n-1) + 1, \text{ если } n \geq 8.$$

Чему равно значение выражения $F(17\,654)/3$?

№ 16.14 (→). Алгоритм вычисления функций $F(n)$ и $G(n)$, где n — целое число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = G(n) = 2 \text{ при } n = 1,$$

$$F(n) = F(n-1) - 2 \cdot G(n-1) + n \text{ при } n > 1,$$

$$G(n) = 2 \cdot F(n-1) + G(n-1) - 2n \text{ при } n > 1.$$

Чему равно значение функции $G(18)$?

№ 16.15 (→). Алгоритм вычисления функций $F(n)$ и $G(n)$, где n — целое число, задан следующими соотношениями:

$$F(1) = G(1) = 1,$$

$$F(n) = F(n-1) + G(n-1) - 2 \text{ если } n > 1,$$

$$G(n) = 2 \cdot F(n-1) + G(n-1) \text{ если } n > 1.$$

Чему равно значение выражения $F(13) + G(14)$?

№ 16.16 (→). Алгоритм вычисления функций $F(n)$ и $G(n)$, где n — целое число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = G(n) = 2 \text{ при } n = 1,$$

$$F(n) = F(n-1) - 2 \cdot G(n-1) + \lfloor n/2 \rfloor \text{ при } n > 1,$$

$$G(n) = F(n-1) + G(n-1) - \lfloor n/2 \rfloor \text{ при } n > 1.$$

Где $\lfloor \dots \rfloor$ обозначает целую часть числа^c.

Чему равна сумма цифр значения выражения $F(41) + G(41)$?

Задания из сборника К. Полякова: 18 (1594324), 39 (802165), 41 (40)

^c Целая часть числа — это часть числа, которая находится перед десятичным разделителем в его десятичном представлении. Математическая запись «целая часть числа $n/2$ » — $\lfloor n/2 \rfloor$; Python — `int(n/2)` или `n//2` (здесь $n > 0$).

Задания для дополнительной отработки

№ 16.17 (→). Алгоритм вычисления функций $F(n)$ и $G(n)$, где n — целое число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = n \text{ при } n \leq 20,$$

$$F(n) = 2 \cdot F(n - 5) + n \text{ при } n > 20,$$

$$G(n) = F(n - 10) - 2n.$$

Чему равна сумма цифр значения $F(102) - 10 \cdot G(102)$?

№ 16.18 (→). Алгоритм вычисления функций $F(n)$ и $G(n)$, где n — целое число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = 1 \text{ при } n = 1,$$

$$F(n) = 3 \cdot F(n - 1) + n \text{ при } n > 1,$$

$$G(n) = F(n - 1) - n.$$

Чему равен остаток от деления на 2025 значения функции $F(1152) - G(1152)$?

№ 16.19 (→). Алгоритм вычисления функций $F(n)$ и $G(n)$, где n — целое число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = G(n - 3) + n^2 - n;$$

$$G(n) = n^2 \text{ при } n < 10,$$

$$G(n) = G(n - 5) + n \text{ при } n \geq 10.$$

Чему равно количество нечётных цифр в значении выражения $G(26250) - F(26245)$?

№ 16.20 (→). Алгоритм вычисления функций $F(n)$ и $G(n)$, где n — целое число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = G(n - 1);$$

$$G(n) = 3n \text{ при } n \leq 6,$$

$$G(n) = G(n - 2) + n \text{ при } n > 6.$$

Найти значение выражения $F(43567)$. В ответе запишите последние три цифры полученного значения.

№ 16.21 (→). Алгоритм вычисления функций $F(n)$ и $G(n)$, где n — целое число, задан следующими соотношениями:

$$G(n) = 3n \text{ при } n \leq 9,$$

$$G(n) = G(n - 2) + n \cdot (n \% 3) \text{ при } n > 9,$$

$$F(n) = G(n - 1).$$

Где значение $n \% 3$ равно остатку от деления числа n на 3.

Какова сумма цифр значения выражения $F(67543)$?

№ 16.22 (→); типа демо ЕГЭ-2026). Алгоритм вычисления функций $F(n)$ и $G(n)$, где n — целое число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = 2 \cdot (G(n - 4) + 7);$$

$$G(n) = 3 \cdot n^2 \text{ при } n < 6;$$

$$G(n) = G(n - 2) + 3 \text{ при } n \geq 6.$$

Чему равно значение выражения $F(12\,345)/4$?

№ 16.23 (→). Алгоритм вычисления функций $F(n)$ и $G(n)$, где n — целое число, задан следующими соотношениями:

$$F(1) = F(2) = 1,$$

$$G(1) = G(2) = 2,$$

$$F(n) = F(n - 1) + G(n - 2) - 2, \text{ если } n > 2,$$

$$G(n) = 2 \cdot F(n - 2) + G(n - 1), \text{ если } n > 2.$$

Чему равно значение $F(10) + G(15)$?

Примечание. Запись $F(1) = F(2) = 1$ означает, что $F(1) = 1$ и $F(2) = 1$, то есть $F(n) = 1$ при $n = 1, 2$.

№ 16.24 (→). Алгоритм вычисления функций $F(n)$ и $G(n)$, где n — целое число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = G(n) = n! \text{ при } n \leq 5,$$

$$F(n) = F(n - 2) - 2 \cdot G(n - 1) \text{ при } n > 5,$$

$$G(n) = F(n - 1) + G(n - 1) - n \text{ при } n > 5.$$

Где $n!$ обозначает факториал натурального числа n .

Чему равна сумма цифр значения $F(43) + G(43)$?

Примечание. Факториал числа n вычисляется по формуле $n! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n$. В модуле `math` имеется функция `factorial` для нахождения $n!$.

Задания из сборника К. Полякова: 19 (1 195 750), 40 (87 810 480), 42 (46)

16.3 Примеры решения задач. Часть III

Пример 16.5. Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n — натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = 7 - n \text{ при } n < 7,$$

$$F(n) = 6 \cdot (n - 7) \cdot F(n - 7), \text{ если } n \geq 7 \text{ и делится на } 3,$$

$$F(n) = 2 \cdot F(n - 1) + F(n - 2) + 5n, \text{ если } n \geq 7 \text{ и не делится на } 3.$$

Чему равно значение функции $F(24)$?

— I способ: рекурсия. Ответ: 3322854 —

```
def F(n):
    if n < 7:
        return 7 - n
    if n % 3 == 0:
        return 6*(n-7) * F(n-7)
    else:
        return 2*F(n-1) + F(n-2) + 5*n

ans = F(24)
print(ans)
```

— II способ: списки. Ответ: 3322854 —

```
nn = 24
F = [0]*(nn+1)
for n in range(1, 7):
    F[n] = 7 - n

for n in range(7, nn+1):
    if n % 3 == 0:
        F[n] = 6*(n-7) * F[n-7]
    else:
        F[n] = 2*F[n-1] + F[n-2] + 5*n

ans1 = F[24]
print(ans1)
```

Задания для самостоятельной работы

№ 16.25 (→). Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n — целое число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = 3n \text{ при } n < 3,$$

$$F(n) = F(n - 2) + n + 5, \text{ если } n \geq 3 \text{ и чётно,}$$

$$F(n) = 2 \cdot F(n - 3) + n, \text{ если } n \geq 3 \text{ и нечётно.}$$

Чему равно значение функции $F(59)$?

№ 16.26 (→). Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n — натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = 7 - n \text{ при } n < 7,$$

$$F(n) = 2 \cdot (n - 3) \cdot F(n - 3), \text{ если } n \geq 7 \text{ и делится на } 3,$$

$$F(n) = 2 \cdot (F(n - 1) + F(n - 2)) - 10 \cdot n, \text{ если } n \geq 7 \text{ и не делится на } 3.$$

Чему равно значение функции $(F(30) - F(25))/6$? В ответе запишите четыре последние цифры полученного значения.

№ 16.27 (→). Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n — целое число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = n \text{ при } n \leq 1,$$

$$F(n) = 2n \cdot F(n-1) \text{ при чётных } n > 1,$$

$$F(n) = F(n-2) + n \text{ при нечётных } n > 1.$$

Определите значение $F(88)$.

Задания из сборника К. Полякова: 13 (15 287), 15 (1 343 116), 51 (148 176)

Задания для дополнительной отработки

№ 16.28 (→). Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n — натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = 1 \text{ при } n = 1,$$

$$F(n) = 3 \cdot F(n-1), \text{ если } n > 1 \text{ и чётно,}$$

$$F(n) = F(n-2) + 2n - 10, \text{ если } n > 1 \text{ и нечётно.}$$

Чему равно значение функции $F(64)$?

№ 16.29 (→). Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n — натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = 2n - 1 \text{ при } n < 7,$$

$$F(n) = 3 \cdot (n+1) \cdot F(n-2), \text{ если } n \geq 7 \text{ и делится на } 3,$$

$$F(n) = F(n-1) + 2 \cdot F(n-2) + 3n - 1, \text{ если } n \geq 7 \text{ и не делится на } 3.$$

Чему равно значение функции $F(15)/16$?

№ 16.30 (→). Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n — натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = n \text{ при } n \leq 3;$$

$$F(n) = n + F(n-2) \text{ при чётных } n > 3;$$

$$F(n) = n^2 + F(n-1) \text{ при нечётных } n > 3;$$

Определите значение $F(57) - 3 \cdot F(60)$.

№ 16.31 (→). Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n — целое неотрицательное число, задан следующими соотношениями:

$$F(0) = F(1) = 0, \quad F(2) = F(3) = 1,$$

$$F(n) = F(n-3) + F(n-1), \text{ при } n > 3.$$

Чему равно значение функции $F(71)$? В ответе запишите сумму цифр полученного значения.

Задания из сборника К. Полякова: 11, 16, 52, 99

16.4 Примеры решения задач. Часть IV

Пример 16.6. Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n — натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = n, \text{ при } n = 1,$$

$$F(n) = \frac{5n}{3} + F\left(\frac{n}{3}\right), \text{ если } n > 1 \text{ и делится на } 3,$$

$$F(n) = n + F(n + 3), \text{ если } n > 1 \text{ и не делится на } 3.$$

Найти минимальное значение n , для которого $F(n)$ определено и больше 50.

_____ Рекурсия и обработка исключений. Ответ: 27 _____

```
def f(n):
    if n == 1:
        return n
    if n % 3 == 0:
        return 5*n // 3 + f(n // 3) # "идём в прошлое"
    else:
        return n + f(n + 3) # "идём в будущее"

for n in range(1, 100):
    try:
        res = f(n)
        if res > 50:
            print(res, n) # 66 (для контроля) 27 (ответ)
            break
    except:
        pass
```

Пример 16.7. Для функции, заданной в примере 16.6, определите количество целых чисел n ($n \leq 100$), для которых значение $F(n)$ определено и кратно трём.

_____ Рекурсия и обработка исключений. Ответ: 4 _____

```
def f(n):
    if n == 1:
        return n
    if n % 3 == 0:
        return 5*n // 3 + f(n // 3) # "идём в прошлое"
    else:
        return n + f(n + 3) # "идём в будущее"

cnt = 0 # счётчик
for n in range(1, 100):
    try:
        res = f(n)
        if res % 3 == 0:
            cnt += 1
    except:
        pass
print(cnt)
```

Задания для самостоятельной работы

№ 16.32 (→). Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n — натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$F(1) = 1,$$

$$F(n) = F(n/3) + 1, \text{ если } n \geq 2 \text{ и кратно трём,}$$

$$F(n) = F(n + 2) + n, \text{ если } n \geq 2 \text{ и не кратно трём.}$$

Найти минимальное значение n , для которого $F(n)$ определено и равно 102.

№ 16.33 (→). Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n — целое число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = n, \text{ при } n \leq 2,$$

$$F(n) = F(n/2) + 2n, \text{ при чётном } n > 2,$$

$$F(n) = F(n + 3) + 3n, \text{ при нечётном } n > 2.$$

Найти максимальное значение n , для которого $F(n)$ определено и меньше 150.

№ 16.34 (→). Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n — целое число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = n, \text{ при } n \leq 7,$$

$$F(n) = F(n/3 + 1) + n - 1, \text{ если } n > 7 \text{ и делится на } 3,$$

$$F(n) = F(n + 3) - n + 1, \text{ если } n > 7 \text{ и не делится на } 3.$$

Найти минимальное значение n , для которого $F(n)$ определено и больше 2000.

№ 16.35 (→). Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n — целое число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = n, \text{ при } n \leq 5,$$

$$F(n) = F(n/2 - 3) + n, \text{ если } n > 5 \text{ и кратно четырём},$$

$$F(n) = F(n + 4) + 4(n + 1), \text{ если } n > 5 \text{ и не кратно четырём}.$$

Найти максимальное значение n , для которого возможно вычислить $F(n)$.

№ 16.36 (→). Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n — натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = n + 1 \text{ при } n < 5,$$

$$F(n) = 2 \cdot F(n + 2) + n/2, \text{ если } n \geq 5 \text{ и чётно},$$

$$F(n) = F(n - 4) + 2(n - 1), \text{ если } n \geq 5 \text{ и нечётно}.$$

Найти количество чисел n , для которых значение $F(n)$ определено и является трёхзначным числом.

№ 16.37 (→). Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n — целое число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = n, \text{ при } n < 4,$$

$$F(n) = F(n/2) + n/2, \text{ при чётном } n \geq 4,$$

$$F(n) = F(5n + 1), \text{ при нечётном } n \geq 4.$$

Найти количество значений n на отрезке $[1; 100]$, для которых $F(n)$ определена и больше 100.

Задания из сборника К. Полякова: 67, 77, 79, 83, 84

Задания для дополнительной отработки

№ 16.38 (→). Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n — натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = 1, \text{ при } n < 2,$$

$$F(n) = F(n/2) + 3(n - 1), \text{ при чётном } n \geq 2,$$

$$F(n) = F(n + 3) + 2(n + 1), \text{ при нечётном } n \geq 2.$$

Назовите минимальное значение n , для которого $F(n)$ больше 140.

№ 16.39 (→). Алгоритм вычисления функций $F(n)$, где n — натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = n + 1 \text{ при } n < 3,$$

$$F(n) = F(n - 3) + n/3, \text{ если } n \geq 3 \text{ и делится на } 3,$$

$$F(n) = F(n + 3) + n \% 3, \text{ если } n \geq 3 \text{ и не делится на } 3.$$

Где $n \% 3$ обозначает остаток от деления числа n на 3.

Сколько существует чисел n , для которых значение $F(n)$ определено и будет четырёхзначным?

№ 16.40 (→). Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n — целое число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = n, \text{ при } n < 6,$$

$$F(n) = F(n/2) + n/4, \text{ если } n \geq 6 \text{ и делится на } 4,$$

$$F(n) = F(n + 2) + n \% 4, \text{ когда } n \geq 6 \text{ и не делится на } 4.$$

Где значение $n \% 4$ равно остатку от деления числа n на 4. Найти максимальное значение $F(n)$, которого возможно вычислить при $n \in [0; 501]$.

№ 16.41 (→). Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n — целое число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = n, \text{ при } n \leq 1,$$

$$F(n) = F(n/5 - 1) + 2(n + 1), \text{ если } n > 1 \text{ и делится на } 5,$$

$$F(n) = F(n + 5) + 2(n - 1), \text{ если } n > 1 \text{ и не делится на } 5.$$

Найти минимальное значение n , для которого $F(n)$ определено и больше 1000.

№ 16.42 (→). Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n — натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$F(1) = F(2) = 1,$$

$$F(n) = F(n/2) + n + 1, \text{ если } n > 2 \text{ и чётное},$$

$$F(n) = F(n + 2) + 2n - 1, \text{ если } n > 2 \text{ и нечётное}.$$

Найти количество значений n на отрезке $[1; 100000]$, для которых значение $F(n)$ является некоторой степенью двойки.

16.5 Нестандартные задания. Часть V*

№ 16.43 (→). Алгоритм вычисления функции $F(n)$ задан следующими соотношениями:

$$F(n) = 2n \text{ при } n \leq 3,$$

$$F(n) = F(n-1) + n^2, \text{ если } n > 3 \text{ и кратно трём,}$$

$$F(n) = F(n // 3) + n, \text{ если } n > 3 \text{ и } n \% 3 \text{ равен одному,}$$

$$F(n) = F(n-2) + 2n, \text{ если } n > 3 \text{ и } n \% 3 \text{ равен двум.}$$

Здесь $n // 3$ обозначает деление числа n нацело на три; $n \% 3$ — остаток от деления числа n нацело на три. Определите значение $F(122)$.

№ 16.44 (→). Алгоритм вычисления функции $F(n)$ задан следующими соотношениями:

$$F(n) = n^2 + 2n + 3, \text{ при } n > 25,$$

$$F(n) = 2 \cdot F(n+1) + F(n+4), \text{ при } n \leq 25 \text{ и кратных пяти,}$$

$$F(n) = F(n+2) + 3 \cdot F(n+3), \text{ при } n \leq 25 \text{ и не кратных пяти.}$$

Определите количество натуральных чисел n , при которых значение $F(n)$ имеет в своей записи менее шести цифр и содержит более одного значащего нуля.

№ 16.45 (→). Алгоритм вычисления функции $F(n)$ задан следующими соотношениями:

$$F(n) = n^2 + 3n - 1, \text{ при } n < 20,$$

$$F(n) = 2 \cdot F(n-1) + F(n-4), \text{ при } n \geq 20 \text{ и кратных пяти,}$$

$$F(n) = F(n-2) + F(n-3), \text{ при } n \geq 20 \text{ и не кратных пяти.}$$

Определите количество натуральных чисел n , при которых значение $F(n)$ имеет в своей записи менее шести цифр и сумму цифр, равную 12.

№ 16.46 (→). Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n — натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = n^2 + 4 \cdot n + 7, \text{ при } n \leq 21,$$

$$F(n) = F(n-7) + n/3, \text{ при } n > 21, \text{ кратных трём,}$$

$$F(n) = F(n-8) + n + 3, \text{ при } n > 21, \text{ не кратных трём,}$$

Определите количество чисел n из отрезка $[10; 500]$, для которых все цифры значения $F(n)$ чётные, а сумма цифр значения $F(n)$ больше 22.

№ 16.47 (→). Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n — натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = n^2 + 4 \cdot n + 3, \text{ при } n \leq 24,$$

$$F(n) = F(n - 8) + n/3 + 8, \text{ при } n > 24, \text{ кратных трём,}$$

$$F(n) = F(n - 9) + n - 15, \text{ при } n > 24, \text{ не кратных трём,}$$

Определите количество чисел n из отрезка $[10; 500]$, для которых все цифры значения $F(n)$ чётные, а произведение цифр значения $F(n)$ не равно нулю.

№ 16.48 (→). Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n — натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = n^2, \text{ при } n \leq 7,$$

$$F(n) = F(n/2) + n^3, \text{ при чётных } n > 7,$$

$$F(n) = F(n - 1) + 2 \cdot n^2, \text{ при нечётных } n > 7.$$

Определите количество чисел n из отрезка $[100; 700]$, для которых значения $F(n)$ содержит не менее трёх цифр 8 и ровно одну цифру 3.

№ 16.49 (→). Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n — целое неотрицательное число, задан следующими соотношениями:

$$F(0) = F(1) = 0,$$

$$F(n) = F(n/2) + 1, \text{ если } n > 1 \text{ и чётное,}$$

$$F(n) = F(n - 3) + 2, \text{ если } n > 1 \text{ и нечётное.}$$

Сколько различных значений может принимать функция $F(n)$ при n из отрезка $[1; 5000]$?

№ 16.50 (→). Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n — натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = n, \text{ если } n \geq 5\,000,$$

$$F(n) = n/8 + F(n/8), \text{ если } n < 5\,000 \text{ и } n \text{ делится на } 8,$$

$$F(n) = 3 + F(n + 4), \text{ если } n < 5\,000 \text{ и } n \text{ не делится на } 8.$$

Чему равно значение выражения $2 \cdot F(106) - F(48)$?

№ 16.51 (→). Алгоритм вычисления функций $F(n)$ и $G(n)$, где n — целое число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = G(n - 1),$$

$$G(n) = n^2, \text{ если } n < 12,$$

$$G(n) = G(n - 3) + n, \text{ если } n \geq 12.$$

Определите количество натуральных значений n , не превышающих 100, для которых значение функции $F(n)$ будет полным квадратом некоторого натурального числа.

№ 16.52 (→). Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n — целое число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = n \% 4, \text{ если } n \leq 2 \text{ или } n = 6,$$

$$F(n) = 1, \text{ если } n = 3,$$

$$F(n) = F(n-2) + F(n-1), \text{ если } n > 3 \text{ и } n \neq 6.$$

Где значение $n \% 4$ равно остатку от деления числа n на 4. Сколько различных значений может принимать функция $F(n)$ при n из отрезка $[1; 50]$?

№ 16.53 (→). Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n — натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = n - 1, \text{ если } n < 6 \text{ или число } n \text{ нечётное,}$$

$$F(n) = F(n-3) + F(n-2) + F(n-1), \text{ если } n > 5 \text{ и число } n \text{ чётное.}$$

Чему равно значение выражения $(F(2026) - F(2024))/F(15)$?

№ 16.54 (→). Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n — целое число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = 1, \text{ если } n = 1 \text{ или нечётное,}$$

$$F(n) = 3 \cdot (n-1) + F(n/2), \text{ если } n > 1 \text{ и чётное.}$$

Сколько существует значений n на отрезке $[2, 100]$, для которых значение функции $F(n)$ является простым числом?

№ 16.55 (→). Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n — целое неотрицательное число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = n \text{ при } n \leq 1,$$

$$F(n) = 2 \cdot F(n-1) + F(n-2), \text{ если } n > 1 \text{ и } n \text{ кратно } 3,$$

$$F(n) = F(n-1) + 2 \cdot F(n-2), \text{ если } n > 1 \text{ и } n \text{ не кратно } 3.$$

Сколько существует значений n на отрезке $[1, 70]$, для которых сумма цифр значения функции $F(n)$ является простым числом?

№ 16.56 (→). Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n — натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = n - 70\,000, \text{ если } n > 70\,000,$$

$$F(n) = F(n+111) + F(n+222), \text{ если } 1 \leq n \leq 70\,000.$$

Чему равно значение выражения $F(69\,999) \cdot F(69\,888)$?

№ 16.57 (→). Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n — натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = n, \text{ если } n > 10\,000,$$

$$F(n) = 3 + F(n/3), \text{ если } n \leq 10\,000 \text{ и } n \text{ делится на три,}$$

$$F(n) = n^3 + F(n + 3), \text{ если } n \leq 10\,000 \text{ и } n \text{ не делится на три.}$$

Чему равна сумма цифр значения выражения $3 \cdot F(271) - 2 \cdot F(19)$?

№ 16.58 (→). Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n — натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = n!, \text{ если } n \geq 3000,$$

$$F(n) = 3 \cdot F(n + 1) - 100(2n - 1), \text{ если } 1 \leq n < 3000.$$

Где $n!$ обозначает факториал натурального числа n .

Сколько значений выражения $F(n)$ при $n \in [1, 500]$ имеют при делении на 105 остаток 60?

Примечание. Факториал числа n вычисляется по формуле $n! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n$.

№ 16.59 (→). Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n — натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$F(1) = 0,$$

$$F(n) = F(n - 1) + (n \% 10)!, \text{ если } n \geq 2 \text{ и } n \text{ не делится на } 10,$$

$$F(n) = F(n - 1) - n, \text{ если } n \geq 2 \text{ и } n \text{ делится на } 10.$$

Где $n!$ обозначает факториал натурального числа n ; $n \% 10$ обозначает остаток от деления числа n на 10. Найдите количество чисел n из отрезка $[100; 200]$, для которых $F(n)$ делится на 3.

Примечание. Факториал числа n вычисляется по формуле $n! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n$.

№ 16.60 (→). Алгоритм вычисления функции $F(n)$, где n — натуральное число, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = \sqrt{n}, \text{ если } n \text{ можно представить, как полный квадрат натурального числа,}$$

$$F(n) = F(n + 1) + n, \text{ в противном случае.}$$

Чему равно значение выражения $(F(n) - F(n + 1000))/20$, при $n = 14\,000$?

Задания из сборника К. Полякова: 44, 58, 59, 61, 62, 65, 98, 109, 114, 115, 137, 140, 141, 142, 143, 144, 145, 146, 154, 191

Ответы

№ 16.1: 67 108 137

№ 16.2: 5825752

№ 16.3: 12 072

№ 16.4: 3 984 432

№ 16.5: 288

№ 16.6: 170880 11

№ 16.7: 24

№ 16.8: 700829 08

№ 16.9: 848804 2

№ 16.10: 101

№ 16.11: 70

№ 16.12: 1 592 638

№ 16.13: 17 671

№ 16.14: 1 315 810

№ 16.15: 25 344

№ 16.16: 49

№ 16.17: 78

№ 16.18: 7921

№ 16.19: 4

№ 16.20: 878

№ 16.21: 88

№ 16.22: 8829

№ 16.23: 2771

№ 16.24: 98

№ 16.25: 1961

№ 16.26: 1273

№ 16.27: 340736

№ 16.28: 1152

№ 16.29: 744222

№ 16.30: 1721

№ 16.31: 04

№ 16.32: 35

№ 16.33: 32

№ 16.34: 1338

№ 16.35: 16

№ 16.36: 22

№ 16.37: 8

№ 16.38: 11

№ 16.39: 00

№ 16.40: 002

№ 16.41: 087

№ 16.42: 2

№ 16.43: 204337

№ 16.44: 12

№ 16.45: 6

№ 16.46: 3

№ 16.47: 18

№ 16.48: 4

№ 16.49: 31

№ 16.50: 8593

№ 16.51: 14

№ 16.52: 48

№ 16.53: 289

№ 16.54: 9

№ 16.55: 16

№ 16.56: 145971

№ 16.57: 65

№ 16.58: 24

№ 16.59: 6

№ 16.60: 16181