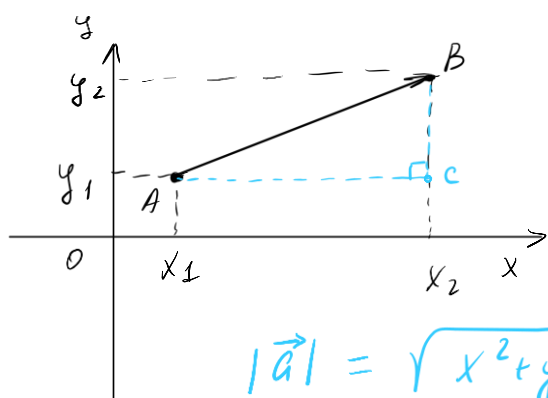


ВЕКТОРЫ



$$\vec{AB} = (x_2 - x_1; y_2 - y_1)$$

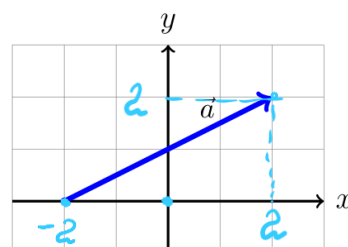
$$\vec{a} = (x; y)$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$|\vec{AB}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Координаты вектора

- 1. Найдите координаты вектора $\vec{a}$, изображённого на координатной плоскости. Известно, что координаты вектора $\vec{a}$ являются целочисленными. В ответ запишите сумму координат вектора $\vec{a}$.



Начало вектора: $(-2; 0)$

Конец вектора: $(2; 2) \Rightarrow \vec{a} = (2 - (-2); 2 - 0)$

$$\vec{a} = (4; 2)$$

$$\text{Ответ: } 4 + 2 = 6$$

$$2) 1$$

$$3) 7$$

$$4) -1$$

Умножение вектора на число, сумма и разность векторов

$$k\vec{a} = (kx, ky)$$

$$\vec{a} \pm \vec{b} = (x_1 \pm x_2, y_1 \pm y_2)$$

Пример $\vec{a} = (2; -1)$, $\vec{b} = (4; 7)$

$$k = 3$$

$$k\vec{a} = 3\vec{a} = (3 \cdot 2; 3 \cdot (-1)) = (6; -3)$$

$$\vec{a} + \vec{b} = (2+4; -1+7) = (6; 6)$$

$$\vec{a} - 3\vec{b} = (2-3 \cdot 4; -1-3 \cdot 7) = (-10; -22)$$

► 12. Даны векторы $\vec{a} = (2; 2)$, $\vec{b} = (3; 0)$ и $\vec{c} = (5; 1)$. Найдите сумму координат вектора $\frac{1}{2}(5\vec{a} - \vec{b} + \vec{c})$.

I способ

$$5\vec{a} = (5 \cdot 2; 5 \cdot 2) = (10; 10)$$

$$\vec{x} = 5\vec{a} - \vec{b} = (10-3; 10-0) = (7; 10)$$

$$\vec{x} + \vec{c} = (7+5; 10+1) = (12; 11)$$

$$\text{вер: } 12+11 = 33$$

II способ

$$5\vec{a} - \vec{b} + \vec{c} = (5 \cdot 2 - 3 + 5; 5 \cdot 2 - 0 + 1) = (2; 11)$$

5) 9

8) 4

11) -21

6) -31,5

9) 10

7) -12

10) 20

Длина вектора

► 13. Найдите длину вектора $\vec{a} = (-35; 12)$.

$$|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{(-35)^2 + 12^2} = \sqrt{1369} = 37$$

$$35^2 = [3 \cdot 4] 25 = 1225$$

$$x^2 = 1369 \quad x = 33, 37$$

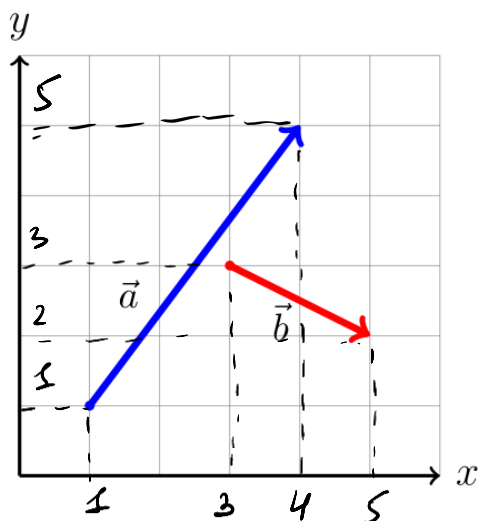
х оканчив. на 3, 7

$$12^2 = (10+2)^2 = 10^2 + 2 \cdot 10 \cdot 2 + 2^2 = 100 + 400 + 4 = 144$$

$$37^2 = (30+7)^2 = (40-3)^2 = 1600 - 2 \cdot 40 \cdot 3 + 9$$

► 20 (ФИПИ-579B74). На координатной плоскости изображены векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$, координатами которых являются целые числа. Найти длину вектора $\vec{a} + 4\vec{b}$.

$$\vec{x} = \vec{a} + 4\vec{b} - \text{обозначение}$$



$$\vec{a} = (4-1; 5-1) = (3; 4)$$

$$\vec{b} = (5-3; 2-1) = (2; -1)$$

$$\vec{x} = (3 + 4 \cdot 2; 4 + 4 \cdot (-1)) = (9; 0)$$

$$|\vec{x}| = \sqrt{9^2 + 0^2} = \sqrt{9^2} = 9$$

$$14) 29$$

$$16) 13$$

$$18) 41$$

$$15) 13$$

$$17) 10$$

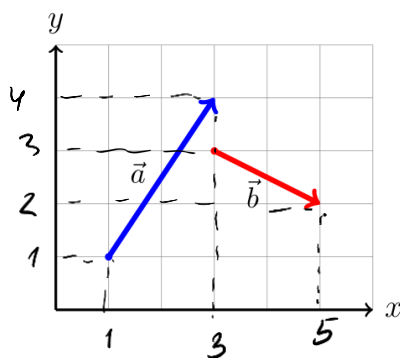
$$19) \cancel{5} 4$$

► 19 (ЕГЭ-2024). На координатной плоскости изображены векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$, координатами которых являются целые числа. Найти длину вектора $\vec{a} - \vec{b}$.

$$\vec{a} = (3-1; 4-1) = (2; 3)$$

$$\vec{b} = (5-3; 2-3) = (2; -1)$$

$$\vec{a} - \vec{b} = (2-2; 3-(-1)) = (0; 4)$$



$$|\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{0^2 + 4^2} = \sqrt{4^2} = 4$$

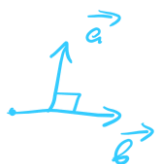
Скалярное произведение

► 21 (ЕГЭ-2024). Даны векторы $\vec{a} = (5; 3)$ и $\vec{b} = (4; -6)$. Найти скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 5 \cdot 4 + 3 \cdot (-6) = 20 - 18 = 2$$

Замечание.



$$\cos(\hat{\vec{a}}, \hat{\vec{b}}) = 0$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$$

- 29. Найти косинус угла между векторами $\vec{a} = (4; -4)$ и $\vec{b} = (-3; 3)$.

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b}) \Rightarrow$$

$$\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 4 \cdot (-3) + (-4) \cdot 3 = -12 - 12 = -24$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{4^2 + (-4)^2} = \sqrt{2 \cdot 4^2} = 4\sqrt{2}$$

$$|\vec{b}| = \sqrt{(-3)^2 + 3^2} = \sqrt{2 \cdot 3^2} = 3\sqrt{2}$$

$$\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{-24}{4 \cdot \sqrt{2} \cdot 3 \cdot \sqrt{2}} = \frac{-24}{4 \cdot 3 \cdot 2} = \frac{-6}{3 \cdot 2} = -1$$

22) 63

23) 4

24) 28

25) 15

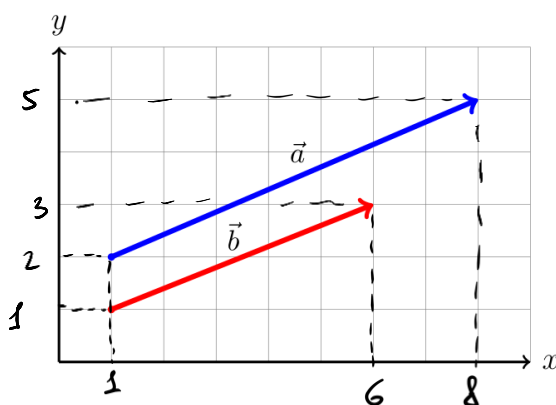
26) 1

27) ~~21~~ 41

28) 7,5

30) 0

- 27 (ФИПИ-0432Е9). На координатной плоскости изображены векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$, координатами которых являются целые числа. Найти скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$.



$$\vec{a} = (8-1; 5-2) = (7; 3)$$

$$\vec{b} = (6-1; 3-1) = (5; 2)$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 7 \cdot 5 + 3 \cdot 2 = 35 + 6 = 41$$

- 15 (ЕГЭ-2024). Даны векторы $\vec{a} = (17; 0)$ и $\vec{b} = (-1; 1)$. Найдите длину вектора $\vec{a} + 12\vec{b}$.

$$\vec{a} + 12\vec{b} = (17 + 12 \cdot (-1); 0 + 12 \cdot 1) = (5; 12)$$

$$|\vec{a} + 12 \vec{b}| = \sqrt{5^2 + 12^2} = \sqrt{25 + 144} = \sqrt{169} = 13$$