

Векторы

0 курс МЕХМАТА ЮФУ*

Координаты вектора

Вектор — это направленный отрезок, характеризующийся длиной (модулем) и направлением. Вектор обозначается как \vec{a} или \overrightarrow{AB} (вектор, начало которого в точке A , конец — в точке B).

Координаты вектора — это числа, показывающие, насколько нужно переместиться вдоль каждой из осей координат, чтобы от начала вектора попасть в его конец. Если точка $A(x_1; y_1)$ — начало вектора, а точка $B(x_2; y_2)$ — конец, то координаты вектора \overrightarrow{AB} вычисляются как:

$$\overrightarrow{AB} = (x_2 - x_1; y_2 - y_1).$$

Умножение вектора на число

Чтобы умножить вектор $\vec{a} = (x; y)$ на число k , нужно умножить каждую его координату на это число:

$$k\vec{a} = (kx; ky).$$

При этом длина вектора увеличивается в $|k|$ раз, а направление сохраняется, если $k > 0$, и меняется на противоположное, если $k < 0$.

Сумма и разность векторов

Чтобы сложить (вычесть) векторы (например, $\vec{a} = (x_1; y_1)$ и $\vec{b} = (x_2; y_2)$), нужно сложить (вычесть) их соответствующие координаты:

- $\vec{a} + \vec{b} = (x_1 + x_2; y_1 + y_2)$
- $\vec{a} - \vec{b} = (x_1 - x_2; y_1 - y_2)$

Длина вектора

Длина вектора (модуль) — это расстояние между его началом и концом. Для вектора $\vec{a} = (x; y)$ длина вычисляется по формуле:

$$|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2}.$$

Скалярное произведение

Скалярное произведение векторов \vec{a} и \vec{b} — это число (скаляр), равное произведению длин векторов на косинус угла между ними

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\widehat{\vec{a}, \vec{b}}).$$

Также скалярное произведение можно вычислить через координаты векторов $\vec{a} = (x_1; y_1)$ и $\vec{b} = (x_2; y_2)$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2.$$

*Преподаватель доц., к.ф.-м.н. Т. Ф. Долгих, кафедра ВМ и МФ ИММ и КН им. И. И. Воровица ЮФУ. Контакты: dolgikh@sfedu.ru, @DolgikhTF.