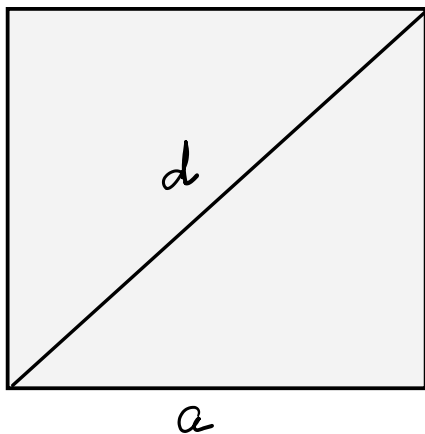


## ЧЕТЫРЁХУГОЛЬНИКИ

Сумма углов ЛЮБОГО четырёхугольника равна 360 градусов.

### Квадрат



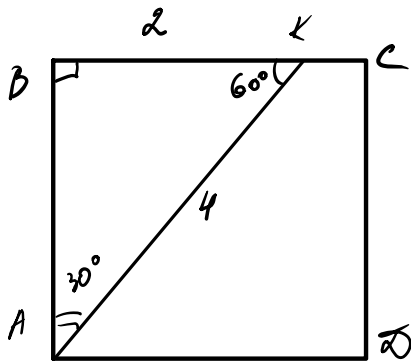
$$\begin{aligned}P &= 4 \cdot a \\S &= a^2 \\d &= a\sqrt{2}\end{aligned}$$

1.1. Найдите площадь квадрата, если его диагональ равна 4. 8

1.2. Найдите диагональ квадрата, если его площадь равна 18. ~~162~~ 6

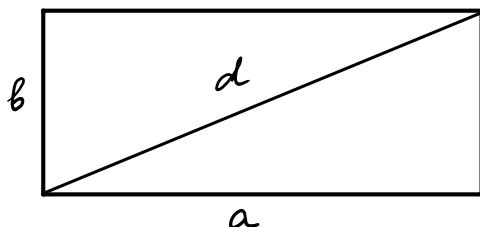
1.3. В квадрате  $ABCD$  на стороне  $BC$  отмечена точка  $K$  так, что угол  $AKB$  равен  $60^\circ$ . Найдите площадь квадрата, если отрезок  $BK$  равен 2. ~~10~~ 12

1.4. Площадь квадрата относится к периметру этого квадрата, как 1 : 2. Найдите сторону квадрата. 2



$$S = AB^2 = 4^2 - 2^2 = 16 - 4 = 12$$

### Прямоугольник



$$\begin{aligned}P &= 2 \cdot (a + b) \\S &= a \cdot b \\d &= \sqrt{a^2 + b^2}\end{aligned}$$

1.5. Найдите площадь прямоугольника, если его периметр равен 18, и одна сторона на 3 больше другой. **18**

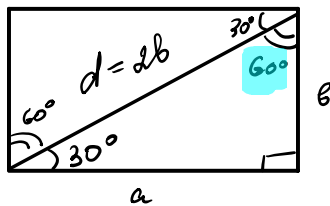
1.6. Диагональ прямоугольника вдвое больше одной из его сторон. Найдите больший из углов, который образует диагональ со сторонами прямоугольника? Ответ выразите в градусах. **60**

1.7. Периметр прямоугольника равен 28, а диагональ равна 10. Найдите площадь этого прямоугольника. **48**

1.8. Площадь прямоугольника равна 18. Найдите его большую сторону, если она на 3 больше меньшей стороны. **6**

1.9. Сторона прямоугольника относится к его диагонали, как 4:5, а другая сторона равна 6. Найдите площадь прямоугольника. **48**

⑥



⑦

$$\begin{cases} 2(a+b) = 28 \quad | :2 \\ \sqrt{a^2+b^2} = 10 \quad | ^2 \end{cases} \quad S = ab - ?$$

$$\begin{cases} a+b = 14 \quad | ^2 \\ a^2+b^2 = 10^2 \end{cases}$$

$$(a+b)^2 = 14^2$$

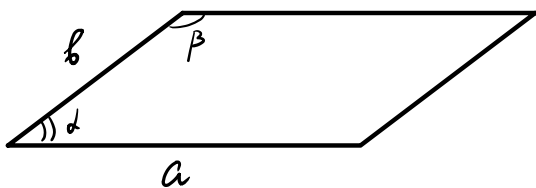
$$a^2 + 2ab + b^2 = 14^2$$

$$\underbrace{(a^2+b^2)}_{10^2} + 2ab = 14^2 \Rightarrow 2ab = 14^2 - 10^2$$

$$2ab = (14-10)(14+10) = 4 \cdot 24 \quad | :2$$

$$ab = S = 2 \cdot 24 = \mathbf{48}$$

### Параллелограмм

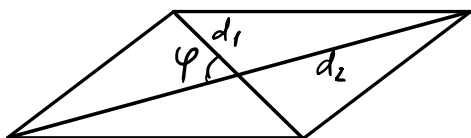


$$P = 2(a+b)$$

$$S = ah$$

$$S = ab \sin \alpha = ab \sin \beta$$

$$S = \frac{1}{2} d_1 \cdot d_2 \sin \varphi$$



$$\text{Ромб} \quad S = \frac{1}{2} d_1 d_2$$

Параллелограмм  
 равные все стороны → ромб  
 равные все углы → квадрат  
 равные все углы → прямоугольник  
 все стороны равны → квадрат

1.10. [ЕГЭ-2014] Площадь параллелограмма  $ABCD$  равна 176. Точка  $E$  — середина стороны  $CD$ . Найдите площадь треугольника  $ADE$ . **44**

1.11. В параллелограмме  $ABCD$   $AB = 3$ ,  $AD = 21$ ,  $\sin A = \frac{6}{7}$ . Найдите большую высоту параллелограмма. **18**

1.12. [ЕГЭ-2013] В ромбе  $ABCD$  угол  $ACD$  равен  $43^\circ$ . Найдите угол  $ABC$ . Ответ дайте в градусах. **94**

1.13. [ЕГЭ-2019] Угол между стороной и диагональю ромба равен  $54^\circ$ . Найдите острый угол ромба. **72**

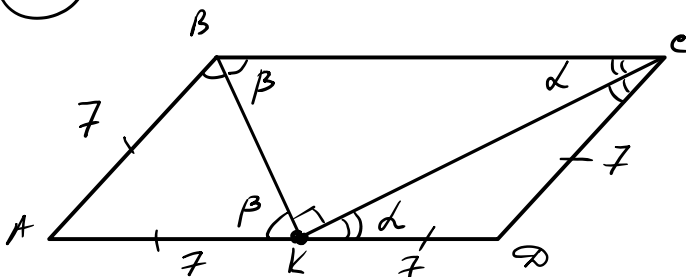
1.14. Один угол параллелограмма больше другого на  $50^\circ$ . Найдите меньший угол. Ответ дайте в градусах. **65**

1.15. [ЕГЭ-2013] В ромбе  $ABCD$  угол  $ABC$  равен  $122^\circ$ . Найдите угол  $ACD$ . Ответ дайте в градусах. **29**

1.16. Две стороны параллелограмма относятся как  $3:4$ , а периметр его равен 70. Найдите большую сторону параллелограмма. **20**

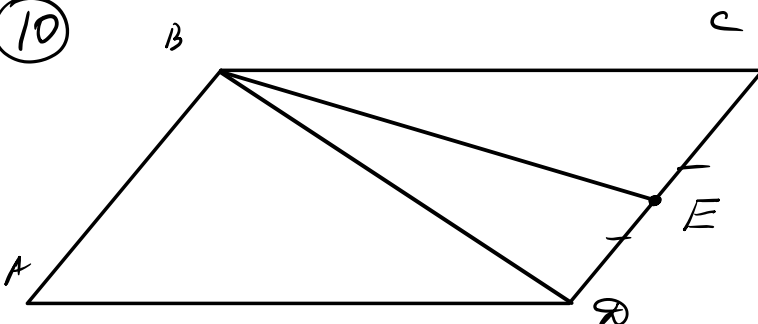
1.17. Точка пересечения биссектрис двух углов параллелограмма, прилежащих к одной стороне, принадлежит противоположной стороне. Меньшая сторона параллелограмма равна 7. Найдите его большую сторону. **14**

(17)



$$\begin{aligned} \angle B + \angle C &= 180^\circ \\ \alpha + \beta &= 90^\circ \\ \Rightarrow \triangle BCK &\text{ — прямоугольный} \\ AD &= AK + KD = 7 + 7 = 14 \end{aligned}$$

(10)

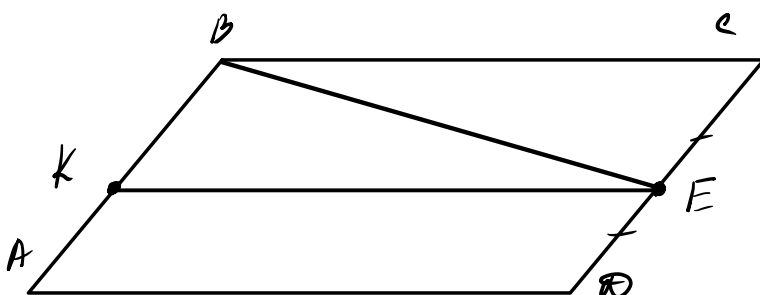


$$\begin{aligned} BD &\text{ — диагональ} \\ S_{BCD} &= \frac{1}{2} S_{ABCD} \\ S_{BCD} &= \frac{1}{2} \cdot 176 = 88 \\ \triangle BCD: BE &\text{ — медиана} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_{BCE} &= S_{BDE} = \frac{1}{2} S_{BCD} \\ S_{BCE} &= \frac{1}{2} \cdot 88 = 44 \end{aligned}$$

II способ

$EK \parallel BC \parallel AD \Rightarrow$   
 $K$  — середина  $AB$



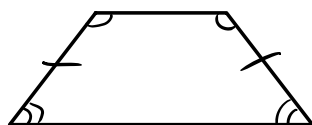
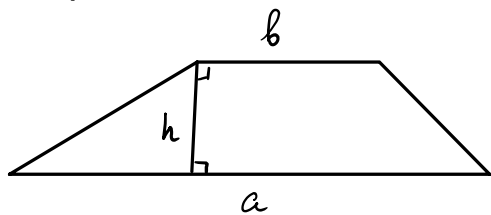
$AD \parallel EK = BCEK \Rightarrow$  равны и их  $S \Rightarrow$

$$S_{BCEK} = \frac{1}{2} \cdot S_{ABCD} = 88$$

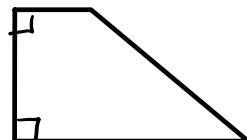
$BE$  — диагональ  $BCEK \Rightarrow \triangle BCE = \triangle BEK \Rightarrow$

$$S_{BCE} = \frac{1}{2} \cdot S_{BCEK} = 44$$

Трапеция

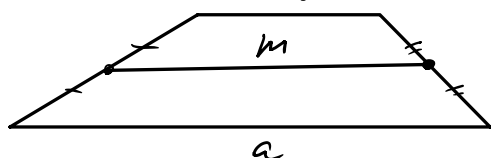


равнобедренная



прямоуг.

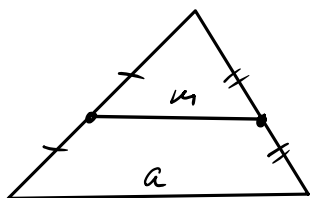
$$S = \frac{1}{2} (a+b) \cdot h$$



$m$  — средняя линия

$m \parallel a \parallel b$

$$m = \frac{1}{2} (a+b) \Rightarrow S = m \cdot h$$



$m \parallel a$

$$m = \frac{1}{2} a$$

1.18. [демо-2025] Площадь параллелограмма  $ABCD$  равна 24. Точка  $E$  — середина стороны  $AD$ . Найдите площадь трапеции  $BCDE$ . 18

1.19. [демо-2025] Основания трапеции равны 4 и 10. Найдите больший из отрезков, на которые делит среднюю линию этой трапеции одна из её диагоналей. 5

1.20. Основания прямоугольной трапеции равны 12 и 4. Её площадь равна 64. Найдите острый угол этой трапеции. Ответ дайте в градусах. 45

1.21. Перпендикуляр, опущенный из вершины тупого угла на большее основание равнобедренной трапеции, делит его на части, имеющие длины 10 и 4. Найдите среднюю линию этой трапеции. 10

1.22. Основания трапеции равны 4 и 10. Найдите больший из отрезков, на которые делит среднюю линию этой трапеции одна из её диагоналей.

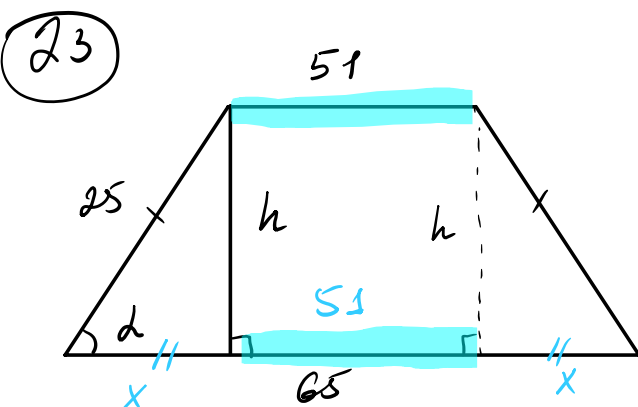
1.23. Основания равнобедренной трапеции равны 51 и 65. Боковые стороны равны 25. Найдите синус острого угла трапеции. 0,96

1.24. Основания трапеции равны 18 и 6, боковая сторона, равная 7, образует с одним из оснований трапеции угол  $150^\circ$ . Найдите площадь трапеции. 42

1.25. Средняя линия трапеции равна 28, а меньшее основание равно 18. Найдите большее основание трапеции. 38

1.26. Найдите площадь прямоугольной трапеции, основания которой равны 6 и 2, большая боковая сторона составляет с основанием угол  $45^\circ$ . 16

(25)  $m = \frac{1}{2} (a+b)$   $a > b$   
 $28 = \frac{1}{2} (a + 18)$   $\Rightarrow a = 38$



$\sin d = ?$   
 $\sin d = \frac{h}{25}$   
 $x = \frac{65 - 51}{2} = \frac{14}{2} = 7$   
 $h = \sqrt{25^2 - 7^2} =$   
 $= \sqrt{18 \cdot 32} = \sqrt{\frac{9 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 16}{18 \cdot 32}} =$   
 $= 3 \cdot 2 \cdot 4 = 24$   
 $\sin d = \frac{24}{25} = \frac{96}{100} = 0,96$