

ДЗ «Финансовая математика» (ЕГЭ-16)

Задача 2

1 марта 2010 года Аркадий взял в банке кредит под 10% годовых. Схема выплаты кредита следующая: 1 марта каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 10%), затем Аркадий переводит в банк платеж. Весь долг Аркадий выплатил за три платежа, причём второй платеж оказался в два раза больше первого, а третий — в три раза больше первого. Сколько рублей взял в кредит Аркадий, если за три года он выплатил банку 2395800 рублей?

Решение

Пусть Аркадий взял в банке S рублей. Полагаем, что первый платеж составил x рублей. Представим в виде таблицы процесс погашения кредита

Дата	Долг до выплаты, руб.	Сумма выплаты, руб.	Долг после выплаты, руб.
2010			S
2011	$1,1S$	x	$1,1S - x$
2012	$1,1*(1,1S - x)$	$2x$	$1,1*(1,1S - x) - 2x$
2013	$1,1*(1,1*(1,1S - x) - 2x)$	$3x$	0

$$\begin{cases} 1,1(1,1(1,1S - x) - 2x) = 3x \\ 6x = 2395800 \end{cases}$$

$$x = 399300$$

$$1,1^3 S - 1,1^2 x - 1,2 x = 3x$$

$$1,1^3 S = 1,21x + 2,2x + 3x$$

$$S = \frac{6,41 \cdot 399300}{1,1^3} = \frac{6,41 \cdot 399300 \cdot 1000}{1,1 \cdot 1,11 \cdot 1,1 \cdot 1000}$$

$$S = \frac{641 \cdot 399300 \cdot 10}{11 \cdot 11 \cdot 11}$$

$$S = \frac{641 \cdot 36300 \cdot 10}{11 \cdot 11}$$

$$S = \frac{641 \cdot 3300 \cdot 10}{11}$$

$$S = 641 \cdot 3000$$

$$S = 1923000$$

$$\begin{array}{r} -2395800 \\ \hline -18 \\ \hline 59 \\ -54 \\ \hline 55 \\ -54 \\ \hline 18 \\ -18 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 6 \\ \hline 399300 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1,1^2 = 121 \\ +52 \\ \hline 6,41 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -399300 \\ \hline -33 \\ \hline -69 \\ -66 \\ \hline 33 \\ -33 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 11 \\ \hline 36300 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -36300 \\ \hline -33 \\ \hline -33 \\ -33 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 11 \\ \hline 3300 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 641 \\ \times 3 \\ \hline 1923 \end{array}$$

Ответ: Аркадий взял в банке 1923000 руб.

Задача 5

- В июле 2025 года планируется взять кредит на 600 тысяч рублей. Условия его возврата таковы:
- в январе 2026, 2027 и 2028 годов долг возрастает на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года;
 - в январе 2029, 2030 и 2031 годов долг возрастает на 15% по сравнению с концом предыдущего года;
 - с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга одним платежом;
 - в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
 - к июлю 2031 года долг должен быть полностью погашен.

Чему равно r , если общая сумма выплат составит 930 тысяч рублей?

Решение

Обозначим $k = 1 + \frac{r}{100}$. Представим в виде таблицы процесс погашения кредита.

Дата	Долг до выплаты, тыс. руб.	Выплата, тыс. руб.	Долг после выплаты, тыс. руб.
2025			600
2026	$600 \cdot k$	$600k - 500$	500
2027	$500 \cdot k$	$500k - 400$	400
2028	$400 \cdot k$	$400k - 300$	300
2029	$300 \cdot 1,15 = 345$	$345 - 200 = 145$	200
2030	$200 \cdot 1,15 = 230$	$230 - 100 = 130$	100
2031	$100 \cdot 1,15 = 115$	115	0

Так как сумма всех выплат составила 930 тыс. руб., то для определения r составим и решим уравнение:

$$600k - 500 + 500k - 400 + 400k - 300 + 145 + 130 + 115 = 930$$

$$1500k = 930 + 810$$

$$1500k = 1740$$

$$k = \frac{1740}{1500} = \frac{174}{150}$$

$$1 + \frac{r}{100} = \frac{174}{150}$$

$$\frac{r}{100} = \frac{174}{150} - 1 = \frac{24}{150}$$

$$r = \frac{24 \cdot 100}{150} = \frac{8 \cdot 10}{5} = 16$$

Ответ: процентная ставка по кредиту в 2026, 2027 и 2028 годах составила 16%

Задача 7

15-го января планируется взять кредит в банке на 19 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастёт на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита на 30% больше суммы, взятой в кредит. Найдите r .

Решение

Обозначим $k = 1 + \frac{r}{100}$. Пусть сумма исходного долга составляет S . Представим в виде таблицы процесс погашения кредита.

Номер месяца	Долг до выплаты	Выплата	Долг после выплаты
0			S
1	kS	$kS - \frac{18}{19}S$	$\frac{18}{19}S$
2	$k \frac{18}{19}S$	$k \frac{18}{19}S - \frac{17}{19}S$	$\frac{17}{19}S$
3	$k \frac{17}{19}S$	$k \frac{17}{19}S - \frac{16}{19}S$	$\frac{16}{19}S$
...
17	$k \frac{3}{19}S$	$k \frac{3}{19}S - \frac{2}{19}S$	$\frac{2}{19}S$
18	$k \frac{2}{19}S$	$k \frac{2}{19}S - \frac{1}{19}S$	$\frac{1}{19}S$
19	$k \frac{1}{19}S$	$k \frac{1}{19}S$	0

Так как сумма всех выплат на 30% больше исходной суммы, то

$$k \cdot S - \underbrace{\frac{18}{19}S}_{k \cdot \frac{18}{19}S} + \underbrace{k \cdot \frac{18}{19}S}_{k \cdot \frac{18}{19}S} - \underbrace{\frac{17}{19}S}_{k \cdot \frac{17}{19}S} + \dots + \underbrace{k \cdot \frac{2}{19}S}_{k \cdot \frac{2}{19}S} - \underbrace{\frac{1}{19}S}_{k \cdot \frac{1}{19}S} + k \cdot \frac{1}{19}S = 1,3 \cdot S$$

$$k \cdot \left(1 \cdot S + \frac{18}{19} \cdot S + \dots + \frac{2}{19} \cdot S + \frac{1}{19} \cdot S \right) - \left(\frac{18}{19}S + \frac{17}{19}S + \dots + \frac{1}{19}S \right) = 1,3S$$

~~$$S \cdot \left[k \left(1 + \frac{18}{19} + \dots + \frac{2}{19} + \frac{1}{19} \right) - \left(\frac{18}{19} + \frac{17}{19} + \dots + \frac{1}{19} \right) \right] = 1,3 \cdot S \quad | :S$$~~

$$\frac{\frac{18}{19} + \frac{1}{19}}{2} \cdot 18 = \frac{1}{2} \cdot 18 = 9$$

$$10k - 9 = 1,3$$

$$10k = 10,3$$

$$k = 1,03$$

$$1 + \frac{r}{100} = 1,03$$

$$\frac{r}{100} = 0,03$$

$$r = 3$$

Ответ: процентная ставка по кредиту составляет 3%