ПРИКЛАДНЫЕ ЗАДАЧИ (иррациональные выражения)

Задание 1

Астероид вытянутой формы летит со скоростью $9\,000$ км/с относительно Игоря, который неподвижно стоит на Земле. Длина астероида, которую наблюдает Игорь в телескоп, может быть найдена по формуле $l = l_{н}\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$, где $l_{н}$ — длина неподвижного относительно Игоря астероида, v км/с — скорость астероида, $c = 300\,000$ км/с — скорость света. Игорь уверен, что наблюдаемая им длина астероида равна $0{,}2\sqrt{9991}$ км. Чему тогда равна длина неподвижного относительно Игоря такого же астероида? Ответ дайте в километрах.

$l = l_н\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$

$v = 9000$ км/с

$c = 300000$ км/с

$l = 0,2\sqrt{9991}$ км

$l_н - ?$

$0,2\sqrt{9991} = l_н\cdot\sqrt{1-\frac{9000^2}{300000^2}}$ | возвести в квадрат

$0,04\cdot 9991 = l_н^2\cdot\left(1-\frac{9000^2}{300000^2}\right)$

$0,04\cdot 9991 = l_н^2\cdot\frac{300000^2-9000^2}{300000^2}$ | $: \frac{300000^2-9000^2}{300000^2}$

$$l_н^2 = \frac{0,04\cdot 9991\cdot 300000^2}{(300000-9000)(300000+9000)}$$

$$l_н^2 = \frac{0,04\cdot 9991\cdot 300000^2}{291000\cdot 309000}$$ | извлечь $\sqrt{\ }$

$$l_н = \frac{0,2\cdot 300000\sqrt{9991}}{1000\sqrt{291\cdot 309}} = 60\sqrt{\frac{9991}{291\cdot 309}} = 60\sqrt{\frac{97}{291\cdot 3}}$$

$$l_н = 60\sqrt{\frac{1}{3\cdot 3}} = 60\cdot\frac{1}{3} = 20$$

Задание 2

Автомобиль, участвующий в дрэг-рейсинге, разгоняется с места по прямолинейному отрезку пути длиной l км с постоянным ускорением a км/ч2. Зависимость его скорости от расстояния выражается формулой $v = \sqrt{2la}$. Определите, какой наименьшей может быть длина трассы, чтобы при ускорении 7500 км/ч2 автомобиль успел достичь скорости не меньшей, чем 300 км/ч. Ответ дайте в километрах.

$v = \sqrt{2la}$

$l_{min} = ?$

$a = 7500$ км/ч^2

$v \geq 300$ км/ч

$\sqrt{2\cdot l\cdot 7500} \geq 300$

$\sqrt{15000l} \geq 300$

$l = \frac{300\cdot 300}{15000} = \frac{30}{5} = 6$

− 6 + l

$\sqrt{15000l} - 300 \geq 0$

$l \geq 6$

$\sqrt{15000\, l} = 300$

$15000\, l = 300^2$

Ответ: 6

Задание 3

Расстояние от наблюдателя, находящегося на высоте h м над Землей, выраженное в километрах, до видимой им линии горизонта вычисляется по формуле

$$l = \sqrt{\frac{Rh}{500}},$$

где $R = 6400$ км — радиус Земли. Человек, стоящий на пляже, видит горизонт на расстоянии 24 км. К пляжу ведёт лестница, каждая ступенька которой имеет высоту 20 см.
На какое наименьшее количество ступенек надо подняться человеку, чтобы он увидел горизонт на расстоянии не менее 32 км?

Ответ: 175

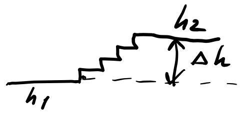
$l = \sqrt{\frac{Rh}{500}}$, $R = 6400$ км

1) пляж: $l = 24$ км $\Rightarrow 24 = \sqrt{\frac{R\cdot h_1}{500}} \Rightarrow 24^2 = \frac{R h_1}{500} \Rightarrow$

$h_1 = \frac{24^2\cdot 500}{R}$ (м)

2) высота: $l = 32$ км $\Rightarrow 32 = \sqrt{\frac{R\cdot h_2}{500}} \Rightarrow h_2 = \frac{32^2\cdot 500}{R}$ (м)

3) $\Delta h = h_2 - h_1$ (высота лестница)



$\Delta h = \frac{32^2\cdot 500}{R} - \frac{24^2\cdot 500}{R} = \frac{32^2\cdot 500 - 24^2\cdot 500}{R} =$

$= \frac{500\cdot(32^2-24^2)}{6400} = \frac{5(32-24)\cdot(32+24)}{64} = \frac{5\cdot\cancel{8}\cdot 56}{\cancel{64}} =$

$= \frac{5\cdot \cancel{56}^{7}}{8} = 5\cdot 7 = 35$ (м)

4) лестница $= 35$ м $= 3500$ см

1 ступенька $= 20$ см

x ступенек по 20 см $= 3500$

$x\cdot 20 = 3500 \Rightarrow x = 175$

Задание 4

Автомобиль разгоняется на прямолинейном участке шоссе с постоянным ускорением a (в км/ч^2). Скорость v (в км/ч) вычисляется по формуле $v = \sqrt{2la}$, где l — пройденный автомобилем путь (в км). Найдите ускорение, с которым должен двигаться автомобиль, чтобы, проехав 0,8 км, приобрести скорость 100 км/ч. Ответ дайте в км/ч^2.

Ответ: 6250

Задание 5

Период колебаний математического маятника T_0 определяется в секундах формулой $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$, где $g = 10\ \mathrm{м/с}^2$ — ускорение свободного падения, L — длина невесомой нерастяжимой нити в метрах. Определите максимальную длину нити L, при которой период колебаний будет составлять не более $\frac{3\pi}{2}$ секунд. Ответ дайте в метрах.

Ответ: 5,625