Производные степенных функций

Производная функции $f(x)$ обозначается $f'(x)$.

Запомнить:

$$(x^p)' = p \cdot x^{p-1}, \qquad C' = 0, \quad C \equiv \mathrm{const}$$

Отсюда получаются равенства для некоторых элементарных функций:

$$x' = 1, \quad (x^2)' = 2x, \quad (x^3)' = 3x^2, \quad \left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}, \quad \left(\frac{1}{x^2}\right)' = -\frac{2}{x^3}, \quad (\sqrt{x})' = -\frac{1}{2\sqrt{x}}.$$

Производные показательных функций

$$(a^x)' = a^x \cdot \ln a, \qquad (e^x)' = e^x$$

Производные логарифмических функций

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \cdot \ln a}, \qquad (\ln x)' = \frac{1}{x}$$

Производные тригонометрических функций

$$(\sin x)' = \cos x, \qquad (\cos x)' = -\sin x$$

Производные сложных функций

Допустим есть две функции $f(x)$ и $g(x)$. Тогда

$$\big(f(x) \pm g(x)\big)' = f'(x) \pm g'(x), \qquad \big(f(x) \cdot g(x)\big)' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x),$$

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g^2(x)}, \qquad \big(f\big(g(x)\big)\big)' = f'\big(g(x)\big) \cdot g'(x)$$

Отсюда получаются равенства для некоторых элементарных функций:

$$(Cx)' = C, \quad \left(\frac{C}{x}\right)' = -\frac{C}{x^2}, \quad (ax+b)' = a, \quad (ax^2+bx+c)' = 2ax+b, \quad ((ax+b)^3)' = 3a(ax+b)^2.$$

Уравнение касательной — геометрический смысл производной

Пусть имеется функция $y = f(x)$. Уравнение касательной линии к этой функции в точке (x_0, y_0) имеет вид

$$y = f'(x_0)(x - x_0) + y_0$$

Физический смысл производной

Пусть $S(x)$ задаёт путь движения точки x. Тогда скорость движения точки x равна $v(x) = S'(x)$, а ускорение — $a(x) = S''(x)$.