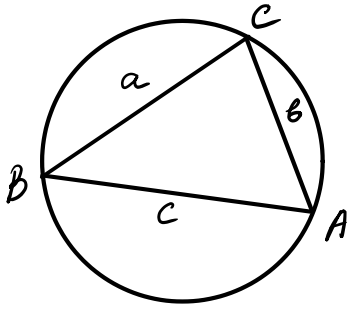


Вписанные и описанные окружности

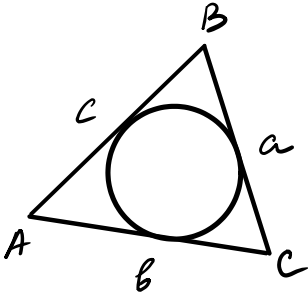


$$S_{\Delta} = \frac{abc}{4R}$$

R - радиус описанной окружн.

Т. синусов:

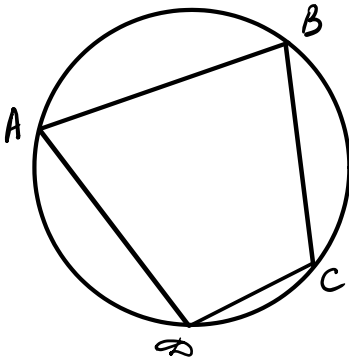
$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$



$$S_{\Delta} = r \cdot p$$

$$p = \frac{1}{2}(a+b+c)$$

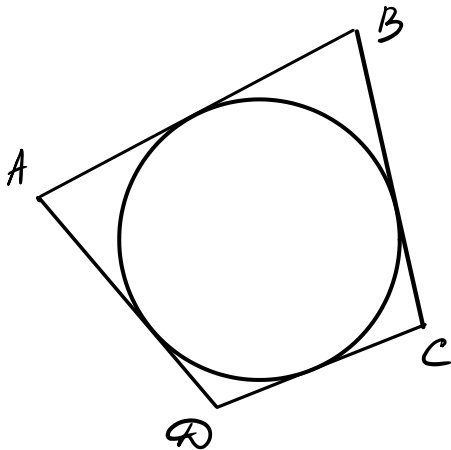
r - радиус вписанной окружности



$$\angle A + \angle C = \angle B + \angle D = 180^\circ$$

квадрат, прямоугольник,
равнобедренная трапеция

$$AB + CD = BC + AD$$

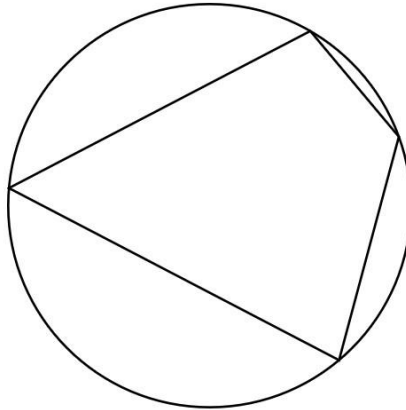


квадрат, ромб

Задача 1

Два угла вписанного в окружность четырёхугольника равны 59° и 102° . Найдите больший из оставшихся углов. Ответ дайте в градусах.

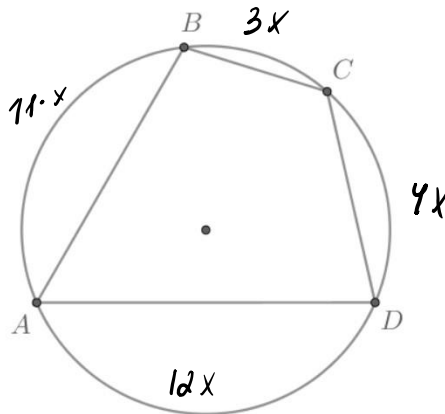
121



Задача 2

Точки A, B, C, D , расположенные на окружности, делят эту окружность на четыре дуги AB, BC, CD, DA , градусные величины которых относятся соответственно как $11 : 3 : 4 : 12$. Найдите угол A четырёхугольника $ABCD$. Ответ дайте в градусах.

42



$$11x + 3x + 4x + 12x = 360^\circ$$

$$30x = 360^\circ$$

$$x = 12^\circ$$

$$\angle A = \frac{1}{2} (\text{arc } BC + \text{arc } CD) =$$

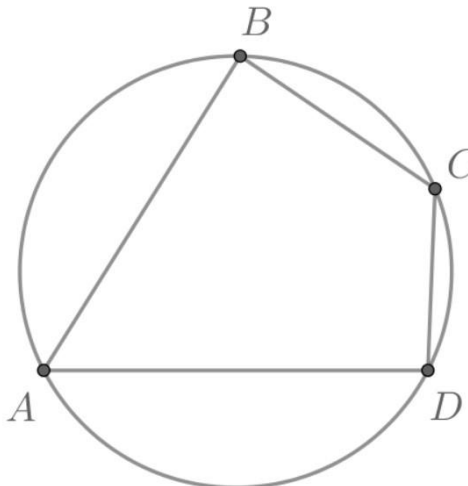
$$= \frac{1}{2} \cdot 7x = \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 12^\circ =$$

$$= 7 \cdot 6^\circ = 42^\circ$$

Задача 3

Угол A четырёхугольника $ABCD$, вписанного в окружность, равен 58° . Найдите угол C этого четырёхугольника. Ответ дайте в градусах.

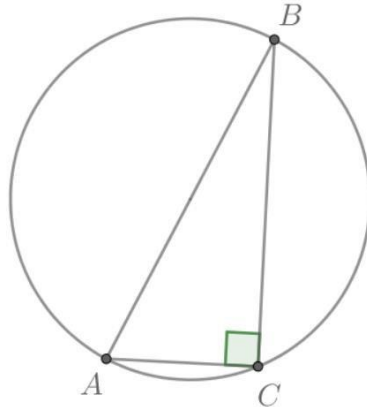
122



Задача 4

Прямоугольный треугольник ABC с гипотенузой AB вписан в окружность с центром O . Угол ABC равен 25° . Найдите градусную меру дуги BC , не включающей точку A .

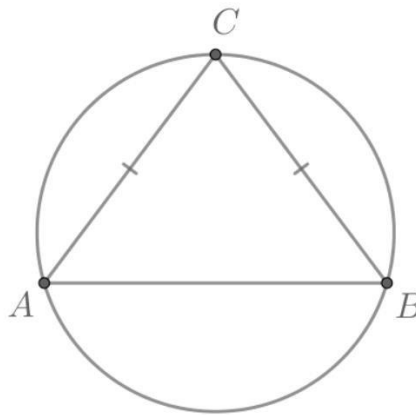
130



Задача 5

Боковые стороны равнобедренного треугольника равны 40, основание равно 48. Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.

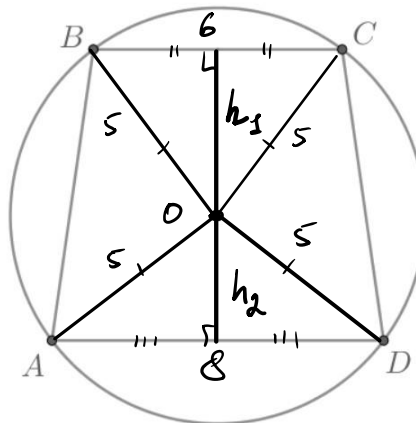
25



Задача 6

Основания равнобедренной трапеции равны 8 и 6. Радиус описанной окружности равен 5. Найдите высоту трапеции.

7



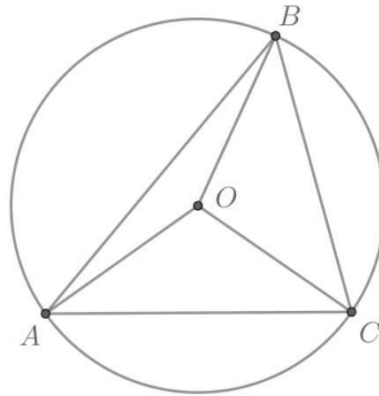
$$\begin{aligned} &\triangle ADO \text{ и } \triangle BCO \\ h_{TP} &= h_1 + h_2 \\ h_1 &= \sqrt{5^2 - 3^2} = \\ &= \sqrt{25 - 9} = \sqrt{16} = 4 \\ h_2 &= \sqrt{5^2 - 4^2} = \sqrt{25 - 16} = \\ &= \sqrt{9} = 3 \end{aligned}$$

$$h = 4 + 3 = 7$$

Задача 7

Около треугольника ABC описана окружность с центром в точке O . $\angle BAO = 15^\circ$, $\angle CBO = 40^\circ$. Найдите $\angle ACO$.
Ответ дайте в градусах.

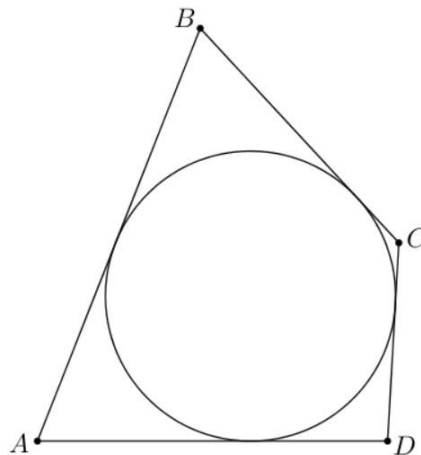
35



Задача 8

В четырёхугольник $ABCD$ вписана окружность, $AB = 18$, $CD = 12$. Найдите периметр четырёхугольника $ABCD$.

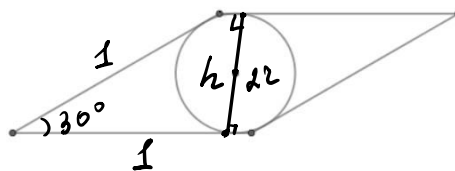
60



Задача 9

Сторона ромба равна 1, острый угол равен 30° . Найдите радиус окружности, вписанной в этот ромб.

0,25



$$S = a \cdot h = 1 \cdot 2r$$
$$\Rightarrow S = 2r$$

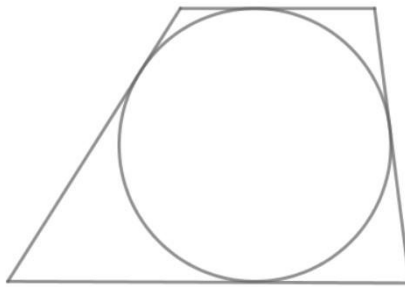
$$S = 1 \cdot 1 \cdot \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} = 2r \Rightarrow r = \frac{1}{4}$$

Задача 10

Боковые стороны трапеции, описанной около окружности, равны 15 и 21. Найдите среднюю линию трапеции.

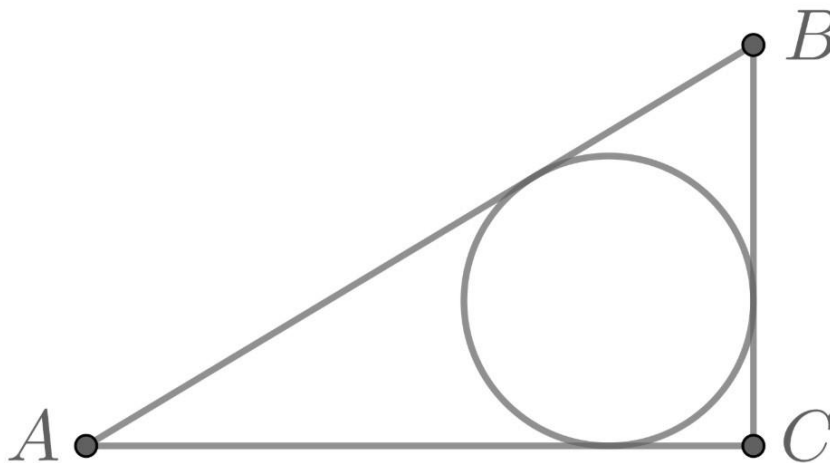
18



Задача 11

В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AC = 24$, $BC = 7$. Найдите радиус вписанной окружности.

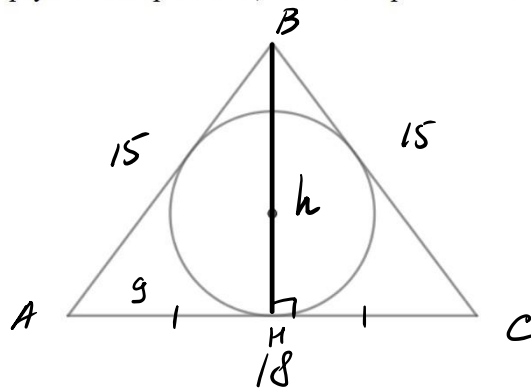
3



Задача 12

Боковые стороны равнобедренного треугольника равны 15, основание равно 18. Найдите радиус вписанной окружности.

4,5



$$h = \sqrt{15^2 - 9^2} = \sqrt{225 - 81} = 12$$
$$S_{\Delta} = \frac{1}{2} \cdot 18 \cdot 12 = 9 \cdot 12$$

$$S = p \cdot r \Rightarrow 9 \cdot 12 = \frac{1}{2} (15 + 15 + 18) \cdot r \Rightarrow (15 + 9) r = 9 \cdot 12 \Rightarrow r = \frac{9 \cdot 12}{24} = \frac{9}{2}$$