

Задания на добор баллов по ПНВ Maple

Задание 1. Дана система уравнений. Найти ее решение. Перевести в матричную форму и найти решение матрично-векторного уравнения. Выделить матрицу системы. Исследовать ее на симметричность, ортогональность, положительную определенность. Найти ее собственные числа и собственные векторы. Определить кратность собственных чисел. Найти LU- и QR-разложения матрицы.

$$2x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 = 1,$$

$$8x_1 + 12x_2 - 9x_3 + 8x_4 = 3,$$

$$4x_1 + 6x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 3,$$

$$2x_1 + 3x_2 + 9x_3 - 7x_4 = 3.$$

Задание 2. Вычислить определенный интеграл и его среднюю Риманнову сумму. Выяснить, при каком минимальном количестве аппроксимирующих прямоугольников приближенные значения интеграла и его средней Риманновой суммы совпадают с точностью до 10^{-3} . Привести графическую аппроксимацию интеграла средней Риманновой суммой.

$$\int_2^4 \frac{dx}{1 - 2x + x^2}.$$

Задание 3. Найти площадь фигуры, которая ограничена графиками функций $y = 1/x$ и $y = -x^2 + 4x - 2$. Изобразить область на графике (без заливки).

Задание 4. Построить график функции $y = \cos(x^2)$. Определить любые два корня в интервале $[-4, 4]$, такие, чтобы кривая между корнями была расположена ниже оси Ox и образовывала с ней замкнутую область. Вычислить площадь этой области.

Задание 5. Сгенерировать случайную целочисленную матрицу A размера 4×4 . Получить ее QR-разложение (матрицы Q и R). Проверить, что $A = Q \cdot R$. Проверить, что матрица Q является ортогональной.

Задание 6. Найти точки разрыва функции, определить их тип. Найти локальные и глобальные экстремумы средствами Maple. Построить график функции, подписав а графике координаты точек локальных экстремумов в виде надписей «min: (xmin, ymin)», «max: (xmax, ymax)». Подписать координатные оси и вывести заголовок графика.

$$f(x) = \frac{x^2(x-1)}{(x+1)^2}$$

Задание 7. Решить задачу Коши с заданным начальным условием. Найти точное, приближенное и численное решение. Построить в одних осях графики всех трех решений, подобрать интервалы по осям, подписать графики в виде легенды.

$$2x^3yy' + 3x^2y^2 + 7 = 0.$$

$$y(5) = 2$$

Задание 8. Построить фазовый портрет линейной динамической системы, обозначить на графике состояние равновесия (точку или прямую) и несколько фазовых траекторий, подобрав соответствующие начальные условия. Выделить матрицу системы, найти ее собственные числа. На основании значений найденных собственных чисел сделать вывод о типе и характере равновесия.

$$\begin{cases} \dot{x} = -3x, \\ \dot{y} = -3y; \end{cases}$$

Задание 9. Определить минимальное количество слагаемых в сумме $\sum_{n=1}^N \frac{2^n}{n!}$, при котором значения частичной суммы и бесконечной суммы совпадают до 6 знака включительно после десятичной точки.

Задание 10. Построить равносторонний треугольник со сторонами $a=10$ с одной из вершин в начале координат, с заливкой красным цветом.