

# Пакеты научных вычислений

## Лекция 1

**Знакомство с Maple. Режимы интерфейса Document Mode и Worksheet Mode. Режимы ввода Math Mode и Text Mode.**

**Синтаксис команд Maple. Основные объекты и типы данных. Операции оценивания выражений.**

**Команды преобразования выражений**

Наседкина А. А.



# Знакомство с Maple

---

Что такое Maple?

Пользовательский интерфейс:

- Режим документа (Document Mode)
- Режим рабочего листа (Worksheet Mode)

Режимы ввода и их особенности

- текстовый (Text Mode)
- математический (Math Mode)

Переключение между режимами интерфейса Maple

Использование справки

# Что такое Maple?

- Maple – англ. «клен»
- Пакет компьютерной алгебры, среда точных и приближенных вычислений
- В первую очередь, **среда символьных (аналитических) вычислений**, но также имеет средства для приближенных вычислений (численное решение ДУ, нахождение интегралов и др.)
- Развитая графика, визуализация
- Язык программирования, напоминающий Pascal



**Разработчик:** Waterloo Maple Inc. (концепция: University of Waterloo, Waterloo, Ontario, Canada, 1980)

**Сайт:** [maplesoft.com](http://maplesoft.com)

# Версии Maple

- Первый выпуск: Maple 1.0 (1982)
- Далее были: Maple 2-18 (1982-2014), затем Maple 2015 и далее названия версий по годам
- Последняя версия: Maple 2023
- Есть профессиональная, академическая, студенческая и др. версии (все платные, commercial software)



## Maple

Maple  
Maple Academic  
Maple Student Edition  
Maple Learn  
Maple Calculator App  
Maple Professional  
Maple Flow  
Maple Personal Edition



## MapleSim

MapleSim  
MapleSim for Digital Twins  
MapleSim Academic

## MapleSim Add-ons:

MapleSim Connector  
MapleSim Connector for FMI  
MapleSim CAD Toolbox  
B&R MapleSim Connector  
ModelCenter® Plug-in for Maple and MapleSim  
MapleSim Control Design Toolbox  
MapleSim Driveline Library  
MapleSim Heat Transfer Library  
MapleSim Tire Library  
MapleSim Connector for JMAG®-RT  
MapleSim Battery Library  
MapleSim Ropes and Pulleys Library  
MapleSim Web Handling Library  
MapleSim Explorer  
MapleSim Server  
MapleSim Modelica® Engine

# Версия Maple мехмате

- **На мехмате: Maple 11.0 (2007)**

## Maple 11.0

- Можно вводить математические выражения, используя стандартные обозначения
- Есть интерфейсы к C, C#, Fortran, Java, Matlab, VisualBasic, Excel
- Функциональность обеспечивается библиотеками

# Основные черты и возможности Maple 11

Customizable Palettes

Units and Tolerances

Numeric Formatting

Excel® Data Exchange

Natural Math Notation

Annotations

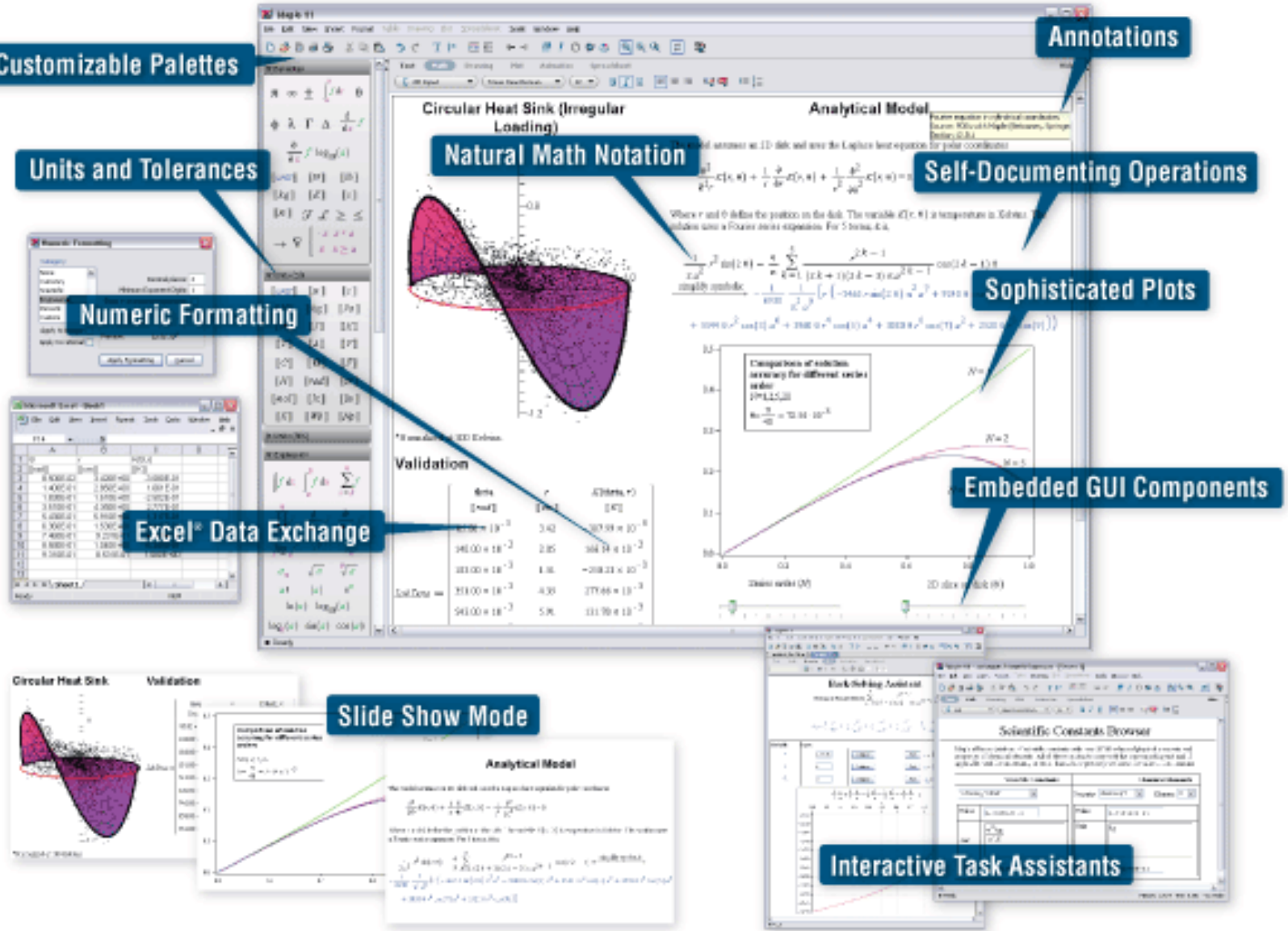
Self-Documenting Operations

Sophisticated Plots

Embedded GUI Components

Slide Show Mode

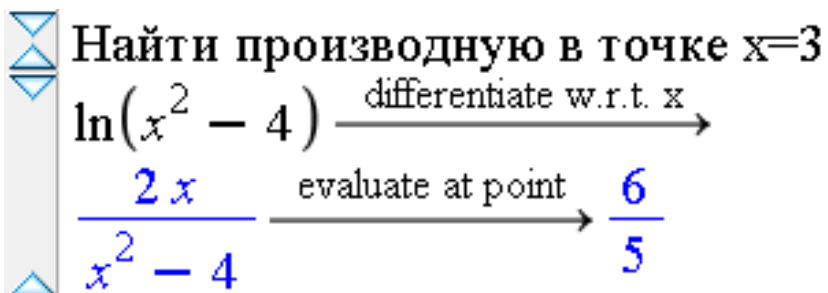
Interactive Task Assistants



# Режимы интерфейса в Maple

## Document Mode

- Режим для создания документов с математическими вычислениями
- Скрывает все команды, используемые для выполнения вычислений
- Не требует знания синтаксиса Maple

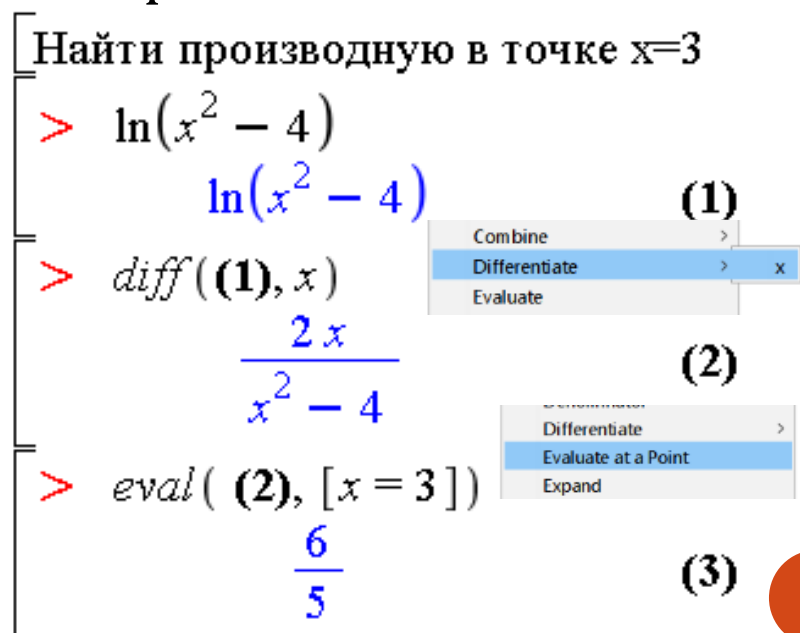


Найти производную в точке  $x=3$

$$\ln(x^2 - 4) \xrightarrow{\text{differentiate w.r.t. } x} \frac{2x}{x^2 - 4} \xrightarrow{\text{evaluate at point}} \frac{6}{5}$$

## Worksheet Mode

- Традиционный интерфейс Maple для ввода команд
- Есть символ командной строки  $[>$
- Весь синтаксис команд отображается



Найти производную в точке  $x=3$

```
> ln(x^2 - 4)
ln(x^2 - 4) (1)
```

```
> diff((1), x)
2x
-----
x^2 - 4 (2)
```

```
> eval((2), [x = 3])
6
-----
5 (3)
```

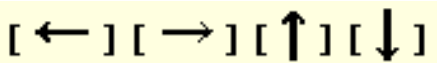
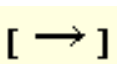
# Ввод математических выражений

Text

Math

- Режимы ввода: **Text Mode** и **Math Mode** (переключение – [F5])
- **Math mode** : для ввода математических выражений в стиле «двумерной математики» 2D Math:  $\frac{1}{2} + \frac{3}{5}, x^2, a_1$
- **Text Mode**: в режиме интерфейса Document Mode – для ввода текстовых комментариев , в режиме интерфейса Worksheet Mode – для ввода математических выражений в стиле «одномерной математики» 1D Math:  $1/2+3/5, x^2, a_1$

## 2D-Math

- Навигация по выражению – с помощью кнопок 
- Выход из набора рациональной дроби или степени 
- Знак умножения \* можно опускать в случаях умножения числа на переменную  $2x$  или переменную на переменную (между именами переменных ставится пробел):  $x y$



# Использование палитр (Palettes) для ввода сложных математических выражений



$$\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) + i\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)$$

$$\int_0^{1.9} x^2 \sin(x^2+1) dx$$

▼ Common Symbols

$\pi$	$e$	$i$	$j$	$I$	$\infty$
$\Sigma$	$\Pi$	$\int$	$d$	$\cap$	$\cup$
$\geq$	$>$	$\nlessdot$	$\nlessdot$	$\leq$	$<$
$\cancel{\neq}$	$\cancel{\neq}$	$\alpha$	$\approx$	$\sim$	$=$
$\neq$	$\equiv$	$\neq$	$\in$	$\notin$	$\subseteq$
$\setminus$	$\emptyset$	$\exists$	$\forall$	$\neg$	$\wedge$
$\vee$	$\underline{\vee}$	$\Rightarrow$	$\mathbb{C}$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{N}$
$\mathbb{Q}$	$\mathbb{Z}$	$\mathfrak{R}$	$\mathfrak{S}$	$:=$	$\parallel$
'	+	-	x	/	$\pm$
$\mp$	$\circ$	*	$\cdot$	$\cdot$	$\nabla$
!	$\&$	$\hbar$	$\ell$	$\perp$	

▼ Expression

$\int f dx$	$\int_a^b f dx$	$\sum_{i=k}^n f$	$\prod_{i=k}^n f$	$\frac{d}{dx} f$	$\frac{\partial}{\partial x} f$
$\lim_{x \rightarrow a} f$	$a^b$	$a_n$	$a_*$	$\sqrt{a}$	$\sqrt[n]{a}$
$a!$	$ a $	$e^a$	$\ln(a)$	$\log_{10}(a)$	$\log_b(a)$
$\sin(a)$	$\cos(a)$	$\tan(a)$	$\binom{a}{b}$	$f(a)$	$f(a, b)$
$f := a \rightarrow y \quad f := (a, b) \rightarrow z \quad f(x) \Big _{x=a}$					
$\begin{cases} -x & x < a \\ x & x \geq a \end{cases}$					

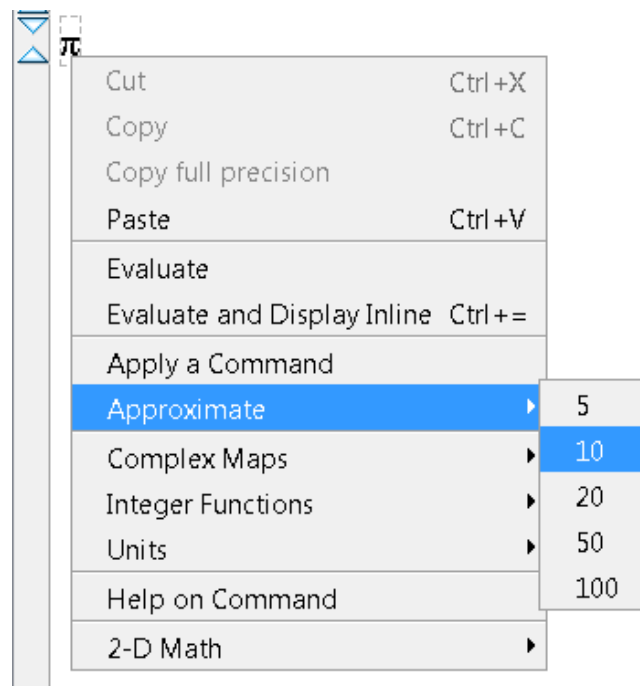
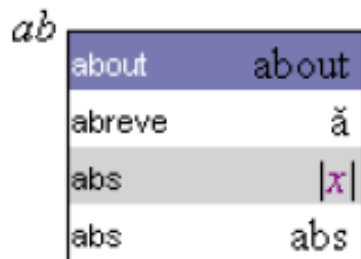
# Дополнительные возможности для ввода и вычисления математических выражений

## Вызов контекстного меню



- Правая кнопка мыши

## Автоматическое завершение команды

- [Ctrl]+[Space]




## Кнопки пересчета вычислений

- Выполнение вычислений в выделенных строках или текущей строке: 
- Выполнение вычислений во всем документе: 

# Обзор режима интерфейса Document Mode



- File->New->Document Mode
- Включение маркеров документного блока  View->Markers


## Режим ввода Text Mode

- Вертикальный курсор в документном блоке  |
- Для ввода обычного текста, математические выражения не вычисляются



## Режим ввода Math Mode

- Наклонный курсор в документном блоке  {
- Ввод в виде 2D-Math   $\frac{x^2}{3}$
- Использование контекстного меню, все команды скрыты, показан только результат

  $x^2 + 7x + 10 \xrightarrow{\text{solve}} \{x = -2\}, \{x = -5\}$

# Режим интерфейса Document Mode : вычисление выражений

## Вывод результата на той же строке

- **[Ctrl]+[=]**
- Контекстное меню: Evaluate and Display Inline

$$\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) + i\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}\sqrt{3} + \frac{1}{2}i\sqrt{2}$$

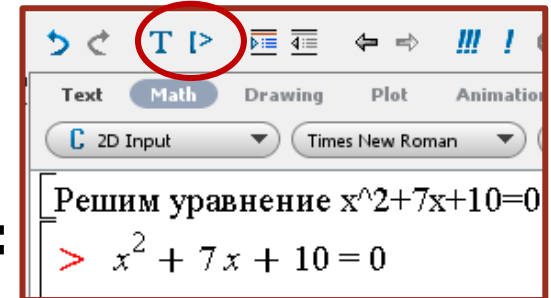
## Вывод результата на другой строке в центре

- [Enter]
- Контекстное меню: Evaluate

$$\int_0^{\pi} \sin(x) dx$$

# Обзор режима интерфейса Worksheet Mode

- File->New->Worksheet Mode
- Оба режима ввода текста – Math и Text – служат для ввода математических выражений и команд Maple
  - **Math** – ввод в нотации 2D-Math  $\frac{1}{2} + \frac{3}{5}$ ,  $\text{sqrt}(2)$
  - **Text** – ввод в нотации 1D-Math  $1/2+3/5$ ,  $x^2$ ,  $a_1$
- Ввод текстовых комментариев: **T**
- Вставка рабочей группы: **[>**
- Отделение команд друг от друга – ; или :
- Подавление вывода результата на экран – двоеточие в конце команды

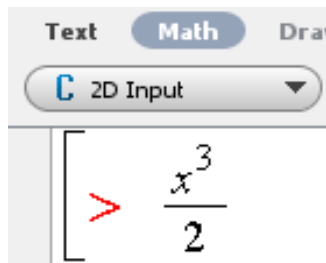


```
> 2 + 3 :  
> 2 + 3 : sqrt(2); evalf(π, 3)
```

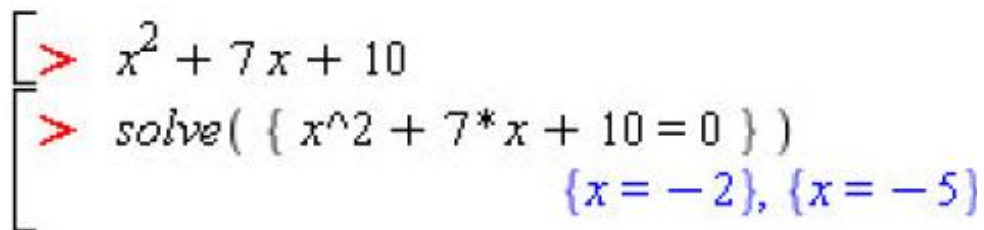
$\sqrt{2}$   
3.14

# Режим ввода Math Mode в Worksheet Mode

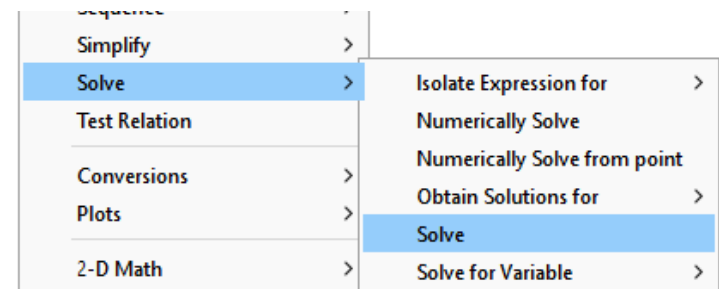
- Наклонный курсор в рабочей группе  $[> \{$
- Ввод выражений в виде 2D-Math



- Выполнение команд – по нажатию [Enter]
- Весь синтаксис команд отображается при использовании контекстного меню



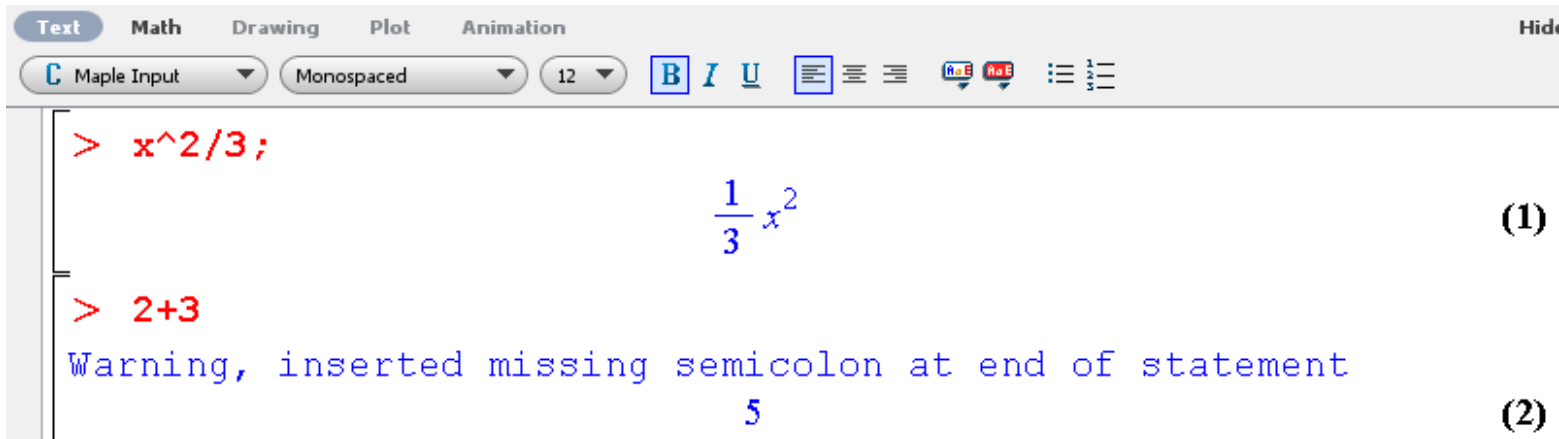
The screenshot shows two lines of input in the Math Mode. The first line is  $x^2 + 7x + 10$  with a red cursor to its left. The second line is `solve( { x^2 + 7*x + 10 = 0 } )` with a red cursor to its left. Below the second line, the result  $\{x = -2\}, \{x = -5\}$  is displayed in blue.



- Вызов контекстного меню возможен как для введенного выражения, так и для результата

# Режим ввода Text Mode в Worksheet Mode

- Стиль старых версий Maple
- Вертикальный курсор в рабочей группе `[> |`
- Ввод выражений в виде 1D-Math, введенное выражение должно заканчиваться точкой с запятой или двоеточием



The screenshot shows the Maple worksheet interface with the 'Text' mode selected. The toolbar includes options for 'Maple Input', 'Monospaced' font, font size '12', and various text formatting tools (bold, italic, underline, list, indent, align, bullet, numbered list). The input area shows two lines of code:

```
> x^2/3;
```

The output is a fraction  $\frac{1}{3}x^2$  labeled (1).

```
> 2+3
```

The output is the number 5, with a warning message: "Warning, inserted missing semicolon at end of statement" labeled (2).

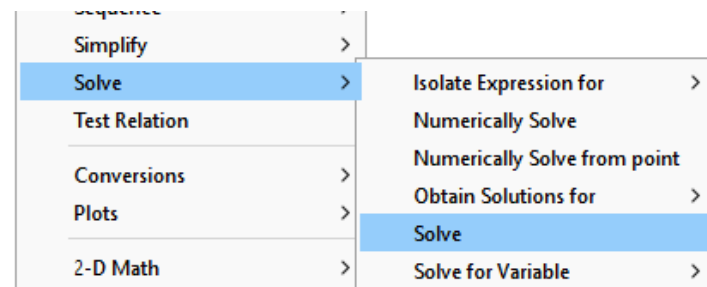
- Вызов контекстного меню возможен только для результата!

```
> x^2+7*x+10 = 0;
```

The output is the equation  $x^2 + 7x + 10 = 0$  labeled (2).


```
> solve( { (2) } )
```

The output is the solution set  $\{x = -2\}, \{x = -5\}$  labeled (3).





# Переключение между режимами интерфейса

- В режиме Document Mode можно показать скрытые команды: View -> Expand Document Block:


Document Mode	Worksheet Mode
 $x^2 - 25 = 0 \xrightarrow{\text{solve}} \{x = 5\}, \{x = -5\}$	$> x^2 + -25 = 0$ $x^2 - 25 = 0$ (1)
	$\xrightarrow{\text{solve}}$ $> \text{solve}(\{ (1) \})$ $\{x = 5\}, \{x = -5\}$ (2)

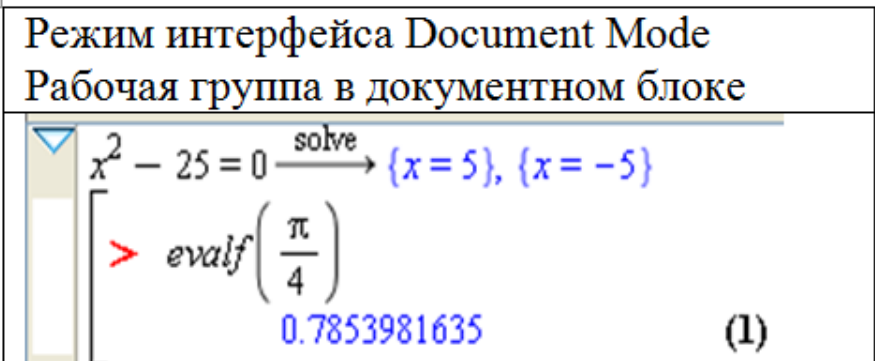
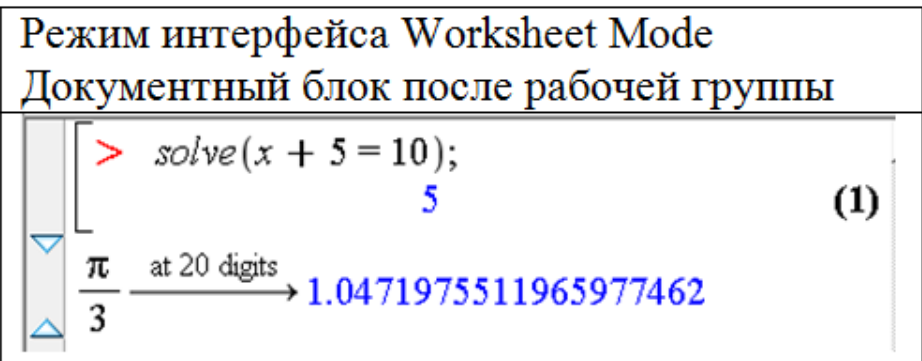
- В режиме Worksheet Mode можно скрыть все команды и показывать только результат: View-> Collapse Execution Group

Worksheet Mode	Document Mode
$> \text{expr} := \frac{\pi}{3} + 1; \text{evalf}(\text{expr}, 10);$ $\text{expr} := \frac{1}{3} \pi + 1$ 2.04719755	 $\text{expr} := \frac{1}{3} \pi + 1$ 2.047197551 



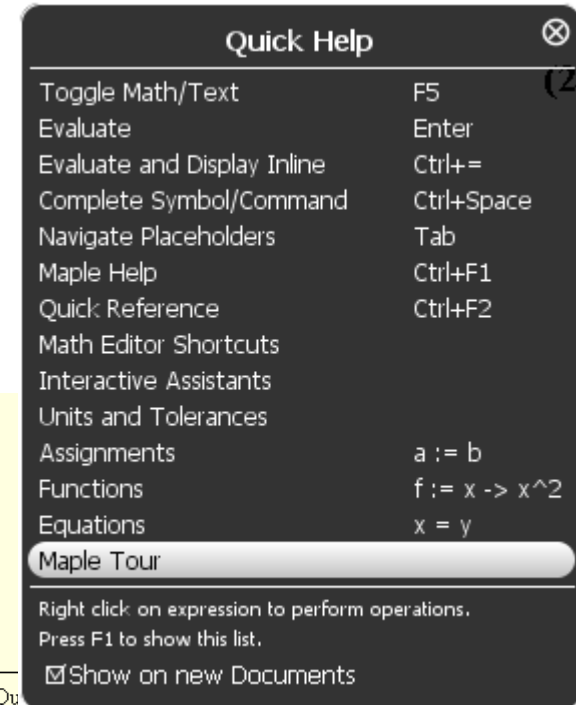
# Совмещение разных режимов интерфейса

- Из режима Document Mode в режим Worksheet Mode
  1. Вставка рабочей группы с помощью кнопки 
  2. Вставка рабочей группы до или после курсора, используя верхнее меню: Insert->Execution Group-> Before/After Cursor
- Из режима Worksheet Mode в режим Document Mode
  - Format-> Create Document Block
  - Format-> Remove Document Block
- Удаление элемента рабочей группы или документного блока
  - Edit->Delete Element или сочетание клавиш **[Ctrl]+[Del]**

Режим интерфейса Document Mode Рабочая группа в документном блоке	Режим интерфейса Worksheet Mode Документный блок после рабочей группы
 <p><math>x^2 - 25 = 0 \xrightarrow{\text{solve}} \{x = 5\}, \{x = -5\}</math></p> <p><math>&gt; \text{evalf}\left(\frac{\pi}{4}\right)</math> 0.7853981635 (1)</p>	 <p><math>&gt; \text{solve}(x + 5 = 10);</math> 5 (1)</p> <p><math>\frac{\pi}{3} \xrightarrow{\text{at 20 digits}} 1.0471975511965977462</math></p>

# Использование справочной системы Maple

- [F1] – быстрая справка Quick Help
- [F2] – справка по команде
- [Ctrl]+[F1] – открывает справочную систему
- [Ctrl]+[F2] – краткая справка Quick Reference



## Maple Quick Reference Card

Windows® version

### ► Document Mode vs. Worksheet Mode

### ► Common Operations Available in Both Document and Worksheet Modes

Display quick help	[F1] for Quick Help. [Ctrl] [F2] for Qu
Refer to previous result using equation numbers	[Ctrl] [L] then enter equation number in dialog
Recompute calculations within a highlighted selection or chain of commands	! on toolbar
Recompute all calculations in a document	!!! on toolbar
Symbol selection, e.g. $\epsilon$ (epsilon)	Enter leading characters [Ctrl] [Space], e.g. eps [Ctrl] [Space]
Command completion, e.g. Lambert W function	Enter leading characters [Ctrl] [Space], e.g. Lamb [Ctrl] [Space]
Perform context operation on math expression	Right-click any math expression
Insert prompt	> on toolbar
Insert text paragraph	T on toolbar

### ► 2-D Math Editing Operations, Keyboard Shortcuts, and Operations ([Details](#))

# Синтаксис Maple

---

Синтаксис команд

Использование пакетов команд

Команда restart; операторы :=, #, %

Нумерация результатов и ссылки на них

# Синтаксис команд Maple

- Команды верхнего уровня доступны непосредственно

➤ **command(arg1,arg2,...);**

> *diff( tan(x) sin(x) , x)*

$$(1 + \tan(x)^2) \sin(x) + \tan(x) \cos(x)$$

- Для команд из пакетов требуется подключение пакета:

➤ **package[command](arg1,arg2,...);**

➤ **with(package): command(arg1,arg2,...);**

Команда создания единичной матрицы из пакета LinearAlgebra

> *LinearAlgebra[IdentityMatrix](2);*

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

> *with(LinearAlgebra) :*

> *IdentityMatrix(2)*

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

# Синтаксис Maple: использование пакетов с командами

- Подключение пакета

➤ **with(package):**  
**command(arg1,arg2,...);**

> *with( Optimization):*

> *NLPSolve* $\left(\frac{\sin(x)}{x}, x = 1 .. 15\right)$

*[-0.0913252028230576718, [x = 10.9041216700744900]]*

- Отключение пакета

**unwith(package):**

> *unwith( Optimization):*

- Пример, когда требуется отключение пакета: есть две одинаковых команды `changecoords` – верхнего уровня и в пакете `plots`

# Важные операторы

- Оператор присваивания **:=**
- Команда **restart** – очистка памяти
- Знак комментария **#** (игнорирование ввода до конца строки)
- Вызов предыдущего результата **%**
  - предпред- и предпредпредыдущего результата **%%** и **%%%**

```
> a := 2
a := 2
> a + 3
5
> restart; a
a
> b := 1 : #c:=2
> a := b + c
a := 1 + c
> % - 3
-2 + c
> %%% - %
3 - c
```

## Нумерация результатов и ссылки на них

- Все результаты вычислений нумеруются (как в Worksheet Mode, так и в Document Mode), на них можно ссылаться

$$\begin{array}{l} > \int \sin(x) \, dx \\ & \qquad \qquad \qquad -\cos(x) \qquad \qquad \qquad \mathbf{(1)} \\ > \int \mathbf{(1)} \, dx \\ & \qquad \qquad \qquad -\sin(x) \qquad \qquad \qquad \mathbf{(2)} \end{array}$$

- Insert->Label или [Ctrl]+[L]
- Если нумерация не отображается:  
Tools->Options->Display->Show equation labels

# Основные объекты, виды вычислений и типы данных в Maple

---

## Основные объекты Maple

- Числа
- Константы
- Символьные объекты (имена)
- Переменные

## Виды вычислений

## Основные типы данных



# Основные объекты в Maple

- Простейшими объектами в Maple являются:
  - Числа
  - Константы
  - Символьные объекты (имена)
  - Переменные
- 
- Из простых объектов Maple можно составлять *выражения Maple*, используя знаки математических операций (математические выражения), логических операций (логические выражения) и др.

# Числа

- **Целые (*integers*)**

Пример: 3, -100

- **Рациональные (обыкновенные дроби)**

Maple 2D-Math:  $> \frac{2}{3}$

Maple 1D-Math:  $> 2/3;$

- **Иррациональные (радикалы)**

Maple 2D-Math:  $> \sqrt{2}; \sqrt[3]{123}$

Maple 1D-Math:  $> \text{sqrt}(2); 123^{1/3};$

- **Комплексные**

Maple 2D-Math:  $> 2 + 3 \cdot I$

Maple 1D-Math:  $> 2+3*I;$

- **Числа с плавающей точкой (*floating-point*)**

Задаются в виде целой и дробной частей, разделенных десятичной точкой, либо в показательной (экспоненциальной) форме

Maple 2D-Math:  $> 1.02$

Maple 1D-Math:  $> 0.102e1;$

# Константы

- В Maple содержится несколько predefined (именованных (символьных)) констант.
- К значению констант можно обратиться, используя их имена либо соответствующие им символы.
- Константа в Maple – это объект, значение которого нельзя изменить с помощью оператора присваивания.
  - Математические константы  $\pi$ ;  $I$ ;  $\infty$
  - Логические константы **true**, **false**, **FAIL**
  - Научные константы (доступны при подключении пакета Scientific Constants), категории: физические константы и константы свойств химических элементов и изотопов

```
> with(ScientificConstants)  
[AddConstant, AddElement, AddProperty, Constant, Element, GetConstant, GetConstants, GetElement, GetElements,  
GetError, GetIsotopes, GetProperties, GetProperty, GetUnit, GetValue, HasConstant, HasElement, HasProperty,  
ModifyConstant, ModifyElement]
```

```
> GetConstant(c)
```

```
speed_of_light_in_vacuum, symbol = c, value = 299792458, uncertainty = 0, units =  $\frac{m}{s}$ 
```

## Символьные объекты (имена)

- Символьный объект - любая комбинация букв, цифр и знаков подчеркивания, начинающаяся с буквы, без использования знаков математических операций. В именах можно использовать буквы национального алфавита, включая русский.

```
> a:
```

```
> b12_c3:
```

```
> ElenaIvanova:
```

```
> 12v;
```

```
Error, missing operator or `;`
```

- Символьным объектом считается любая последовательность любых знаков, заключенных в обратные кавычки.

```
> `12v` ;
```

```
12v
```

```
> `Sasha+Masha` ;
```

```
Sasha + Masha
```

# Переменные

- Символьные объекты используются для описания *переменных*. Значение переменной задается с помощью оператора присваивания :  
**имя переменной := значение переменной**
- В качестве имен переменных можно использовать любые пользовательские разрешенные имена или любую комбинацию знаков, заключенных в обратные кавычки.
- Нельзя использовать зарезервированные имена, такие как имена констант Maple, названия команд Maple, системных переменных, логических операторов, служебных слов структур программирования и др. (даже когда они заключены в обратные кавычки)

# Примеры задания переменных

```
> a:=3;
```

```
a := 3
```

```
> `12v`:=10;
```

```
12v := 10
```

```
> a:=`12v`+1;
```

```
a := 11
```

```
> Pi:=1;
```

```
Error, attempting to assign to `Pi` which is protected
```

```
> plot:=a+1;
```

```
Error, attempting to assign to `plot` which is protected
```

```
> `plot`:=a+1;
```

```
Error, attempting to assign to `plot` which is protected
```

## Отмена присваивания

- имя переменной := 'значение переменной'
- **unassign('a')**

```
> b:=2;c:=8;b+1;c+5;
```

```
b := 2
```

```
c := 8
```

```
3
```

```
13
```

```
> b:='b';b+1;
```

```
b := b
```

```
b + 1
```

```
> unassign('c');c+5;
```

```
c + 5
```

# Виды вычислений в Maple

- **символьные (точные)** – аналитические преобразования выражений, содержащих символьные величины, переменные, функции и точные числа.

```
> sqrt(2) / (3+5) ;
```

$$\frac{1}{8} \sqrt{2}$$

- **численные (приближенные, floating-point computations)** – используется арифметика конечной точности, при таких вычислениях используются приближенные значения точных величин, такие вычисления всегда содержат некоторую погрешность.

```
> sqrt(2.) / (3+5) ;
```

0.1767766952



# Обзор используемых в Maple кавычек

Вид кавычек	Обозначение	Набор на клавиатуре EN-раскладка	Значение
Обратные одинарные кавычки	<code>'...'</code>		Задают символьный объект
Прямые одинарные кавычки	<code>'...'</code>		Используются в синтаксисе отложенных вычислений
Прямые двойные кавычки	<code>"..."</code>		Задают строку

# Основные типы данных

В Maple существует около 200 типов данных, в том числе:

- типы математических операций:
  - ``+`` (сложение)
  - ``*`` (умножение)
  - ``^`` (возведение в степень)
- типы сравнения:
  - ``<`` (меньше)
  - ``<=`` (меньше или равно)
  - ``<>`` (не равно)
- типы логических операций
- числовые типы, например:
  - **integer** – целое число
  - **float** – число с плавающей точкой
  - **fraction** – рациональная дробь
- тип символ (**symbol**)

# Команды определения типа данных

- **whattype(x)** – выдает тип объекта *x*
- **type(x,x\_type)** – проверяет объект *x* на соответствие типу *x\_type* и выдает одну из логических констант: **true** (истина), **false** (ложь) или **FAIL** (не определено)

```
> whattype(a+b) ;whattype(a-b) ;
```

```
`+`
```

```
`+`
```

```
> whattype(2>3) ;
```

```
`<`
```

```
> whattype(1/2) ;
```

```
fraction
```

```
> whattype(2) ;
```

```
integer
```

```
> whattype(2.) ;
```

```
float
```

# Команды определения типа данных: примеры

```
> whattype(a);whattype(`a+b`);  
symbol  
symbol  
  
> type(2,integer);type(2,float);  
true  
false  
  
> type(a+b,`+`);type(`a+b`,`+`);  
true  
false
```

- Тип переменной может меняться в зависимости от присвоенного ей значения: `> a:=3; whattype(a);`

```
a := 3  
integer
```

```
> a:=sqrt(2);whattype(a);
```

```
a :=  $\sqrt{2}$   
√
```

# Операции оценивания выражений

---

- Семейство команд eval
  - eval
  - evalf
  - evalb
  - evalc
  - evalm
- Оценивание вещественных выражений
- Оценивание комплексных выражений

# Семейство команд **eval**

- **eval(x)** – вычисление значения выражения  $x$
- **eval(expr, x = a)** – вычисление значения выражения  $expr$  при  $x=a$
  
- **evalf(x)** – вычисление приближенного значения выражения  $x$   
**evalf[n](x)** – приближенное значение  $x$  с выводом  $n$  цифр числа
- Переменная среды **Digits** – задает количество цифр в числах с плавающей точкой  
**Digits := n**  
( $n$  – натуральное число, по умолчанию  $n=10$ )
  
- **evalc(x)** – вычисление значения комплексного выражения
- **evalb(x)** – вычисление значения логического выражения
- **evalm(x)** – вычисление значения матричного выражения

# Команды `eval` и `evalf`: примеры

Команды `eval` и `evalf`

>  $f := x^3 + 5x + 2$

$$f := x^3 + 5x + 2$$

>  $eval(f, x = \sqrt{2})$

$$7\sqrt{2} + 2$$

>  $f \Big|_{x=3.2}$

$$50.768$$

>  $f1 := eval(f, x = \sqrt{2}) : evalf(f1)$

$$11.89949493$$

>  $evalf[15](f1)$

$$11.8994949366117$$

Использование переменной среды `Digits`

>  $Digits := 20 : evalf(f1)$

$$11.899494936611665342$$

# Другие команды семейства `eval`: примеры

Значение комплексного выражения

>  $z := -1 - I \cdot \text{sqrt}(3); z^4$

$z := -1 - I\sqrt{3}$

$(-1 - I\sqrt{3})^4$

>  $\text{evalc}(z^4)$

$-8 - 8I\sqrt{3}$

Значение булева выражения

>  $f := 1 = 2; \text{eval}(f); \text{evalb}(f);$

$f := 1 = 2$

$1 = 2$

$\text{false}$

Значение матричного выражения

>  $A := \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}; B := \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{bmatrix};$

>  $\text{evalm}((A + B)^2)$

$\begin{bmatrix} 116 & 144 \\ 180 & 224 \end{bmatrix}$



# Оценивание вещественных выражений

**trunc**( $x$ ) – вычисление целой части вещественного выражения  $x$

**frac**( $x$ ) – вычисление дробной части вещественного выражения  $x$

**round**( $x$ ) – округление вещественного выражения  $x$

$$> \text{trunc}\left(\frac{8}{3}\right); \text{frac}\left(\frac{8}{3}\right); \text{round}\left(\frac{8}{3}\right)$$

2

$\frac{2}{3}$

3

$$> \text{trunc}(-2.5); \text{frac}(-2.5); \text{round}(-2.5)$$

-2

-0.5

-3

$$> \text{trunc}(3.5 + 4.2 I); \text{frac}(3.5 + 4.2 I); \text{round}(3.5 + 4.2 I)$$

$3 + 4 I$

$0.5 + 0.2 I$

$4 + 4 I$

# Оценивание комплексных выражений

**Re**(z) – вещественная часть

**Im**(z) – мнимая часть

**conjugate**(z) – комплексно сопряженное выражение

**polar**(z) – модуль и аргумент

**evalc**(z) – вычисление значения комплексного выражения

> z := 5 - 3 I

z := 5 - 3 I

> Re(z)

5

> Im(z)

-3

> conjugate(z)

5 + 3 I

> polar(z)

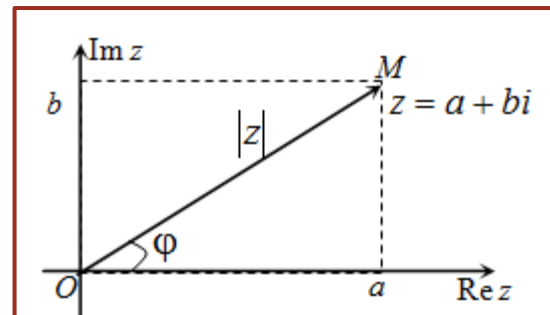
polar( $\sqrt{34}$ ,  $-\arctan\left(\frac{3}{5}\right)$ )

> z :=  $\left(e^{I \cdot \frac{\pi}{3}}\right)^2$

z :=  $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} I \sqrt{3}\right)^2$

> evalc(z)

$-\frac{1}{2} + \frac{1}{2} I \sqrt{3}$



# Команды преобразования выражений

---

- Стандартные математические функции
- Команды для работы с целыми числами
- Выделение правой и левой частей выражения, числителя и знаменателя дроби
- Приведение дроби к нормальному виду
- Разложение многочлена на множители
- Приведение подобных
- Раскрытие скобок
- Преобразование и упрощение выражений

# Стандартные математические функции

Математическая запись	Синтаксис Maple (1D-Math Input)
$e^x$	<code>exp(x)</code>
$\ln x$	<code>ln(x)</code>
$\log_{10} x$	<code>log10(x)</code>
$\log_a x$	<code>log[a](x)</code>
$ x $	<code>abs(x)</code>
$\sqrt{x}$	<code>sqrt(x)</code>
$\operatorname{sgn} x$	<code>signum(x)</code>
$\sqrt[n]{x}$	<code>root(x,n)</code>
$n!$	<code>n!</code>
$\delta(x)$	<code>Dirac(x)</code>

# Тригонометрические и гиперболические функции

Математическая запись	Синтаксис Maple (1D-Math Input)	2D-Math
$\sin x$	<code>sin(x)</code>	<code>sin(x)</code>
$\cos x$	<code>cos(x)</code>	<code>cos(x)</code>
$tgx$	<code>tan(x)</code>	<code>tan(x)</code>
$ctgx$	<code>cot(x)</code>	
$shx$	<code>sinh(x)</code>	
$chx$	<code>cosh(x)</code>	
$thx$	<code>tanh(x)</code>	
$ctgx$	<code>coth(x)</code>	
$\sec x$	<code>sec(x)</code>	
$\operatorname{cosec} x$	<code>csc(x)</code>	

В режиме 2D-Math названия тригонометрических функций отображаются прямым шрифтом!

*tg(x) #Здесь ошибка!*

# Обратные тригонометрические и гиперболические функции

Математическая запись	Синтаксис Maple (1D-Math Input)
$\arcsin x$	<code>arcsin (x)</code>
$\arccos x$	<code>arccos (x)</code>
$\operatorname{arctg} x$	<code>arctan (x)</code>
$\operatorname{arcctg} x$	<code>arccot (x)</code>
$\operatorname{arcsh} x$	<code>arcsinh (x)</code>
$\operatorname{arcch} x$	<code>arccosh (x)</code>
$\operatorname{arcth} x$	<code>arctanh (x)</code>
$\operatorname{arcctg} x$	<code>arccoth (x)</code>
$\operatorname{arcsec} x$	<code>arcsec (x)</code>
$\operatorname{arccosec} x$	<code>arccsc (x)</code>

# Команды для работы с целыми числами

**isprime**( $n$ ) – булева функция, проверяющая, является ли число простым

**ifactor**( $n$ ) – разложение на простые сомножители

**irem**( $n,m$ ) – вычисление остатка от деления  $n$  на  $m$

**iquo**( $n,m$ ) – вычисление частного от деления  $n$  на  $m$

```
> isprime(57)
```

```
false
```

```
> ifactor(57)
```

```
(3) (19)
```

```
> isprime(157)
```

```
true
```

```
> ifactor(157)
```

```
(157)
```

```
> irem(62, 4)
```

```
2
```

```
> iquo(62, 4)
```

```
15
```

# Команды для работы с целыми числами

**igcd**( $n_1, n_2, \dots$ ) – вычисление наибольшего общего делителя чисел  $n_1, n_2, \dots$   
**ilcm**( $n_1, n_2, \dots$ ) – вычисление наименьшего общего кратного чисел  $n_1, n_2, \dots$   
**isqrt**( $n$ ) – целый квадратный корень  
**iroot**( $n$ ) – целый корень  $n$ -й степени

```
> igcd(-10, 6, -8)
```

2

```
> ilcm(-10, 6, -8)
```

120

```
> isqrt(8); sqrt(8); evalf(%)
```

3

$2\sqrt{2}$

2.828427124

```
> iroot(100, 3); evalf(root(100, 3))
```

5

4.641588834



# Команды извлечения корня

**root(x,n)** – корень n-й степени алгебраического выражения (n- целое)

**surd(x,n)** – корень n-й степени от x, чей (в общем случае комплексный) аргумент наиболее близок к корню из x

Если n – нечетное и

$x \geq 0$ , то  $\text{surd}(x,n) = x^{(1/n)}$

$x < 0$ , то  $\text{surd}(x,n) = -(-x)^{(1/n)}$ .

```
> (8)^(1/3); root(8, 3); surd(8, 3);
```

$8^{1/3}$

2

2

```
> (8.0)^(1/3); root(8.0, 3); surd(8.0, 3);
```

2.000000000

2.000000000

2.000000000

```
> ((-8)^(1/3)); root(-8, 3); surd(-8, 3);
```

$(-8)^{1/3}$

$2(-1)^{1/3}$

-2

```
> (-8.0)^(1/3); root(-8.0, 3); surd(-8.0, 3);
```

1.000000000 + 1.732050807 I

1.000000000 + 1.732050807 I

-2.000000000

# Выделение правой и левой частей выражения: rhs, lhs

**lhs**(*expr*) – выделение левой части (left-hand side)  
**rhs**(*expr*) – выделение правой части (right-hand side)

>	$eq := a^2 - b^2 = c$	$eq := a^2 - b^2 = c$
>	$lhs(eq)$	$a^2 - b^2$
>	$rhs(eq)$	$c$
>	$h := x + y < 10$	$h := x + y < 10$
>	$lhs(h)$	$x + y$
>	$rhs(h)$	$10$

# Приведение дроби (алгебраического выражения) к нормальному виду: normal

**normal**( $x$ ) – приведение дроби (выражения) к нормальному виду

**normal**( $x, expanded$ ) – приведение дроби (выражения) к нормальному виду с раскрытием скобок в многочленах

$$> \text{normal}(x^2 - (x + 1)(x - 1) - 1)$$

0

$$> \text{normal}\left(\frac{a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2}{(a - b)^2}\right)$$

1

$$> \text{normal}\left(\frac{x^2 - y^2}{(x - y)^3}\right)$$

$$\frac{x + y}{(x - y)^2}$$

$$> \text{normal}\left(\frac{1}{x} + \frac{x}{x + 1}\right); \text{normal}\left(\frac{1}{x} + \frac{x}{x + 1}, expanded\right)$$

$$\frac{x + 1 + x^2}{x(x + 1)}$$

$$\frac{x + 1 + x^2}{x^2 + x}$$

# Выделение числителя и знаменателя рациональной дроби: `numer`, `denom`

**`numer(x)`** – выделение числителя дроби (алгебр. выражения)  
**`denom(x)`** – выделение знаменателя дроби (алгебр. выражения)

$$> z := \frac{x^2 - y^2}{(x - y)^3} : z1 := \text{normal}(z)$$

$$z1 := \frac{x + y}{(x - y)^2}$$

$$> \text{numer}(z); \text{numer}(z1)$$

$$\frac{x^2 - y^2}{x + y}$$

$$> \text{denom}(z); \text{denom}(z1)$$

$$\frac{(x - y)^3}{(x - y)^2}$$

# Разложение многочлена на множители: factor

**factor**( $p$ ) – разложение многочлена  $p$  на множители

$$> \text{factor}(6x^2 + 18x - 24)$$

$$6(x + 4)(x - 1)$$

$$> \text{factor}\left(\frac{x^3 - y^3}{x^4 - y^4}\right)$$

$$\frac{x^2 + xy + y^2}{(y + x)(x^2 + y^2)}$$

$$> \text{factor}(y^4 - 2)$$

$$y^4 - 2$$

$$> \text{factor}(y^4 - 2, \sqrt{2})$$

$$-(y^2 + \sqrt{2})(-y^2 + \sqrt{2})$$

# Раскрытие скобок: `expand`

**`expand(expr)`** – раскрытие скобок в алгебраическом выражении

> `expand((x + 1)(x + 2))`

$$x^2 + 3x + 2$$

> `expand(sin(x + y))`

$$\sin(x) \cos(y) + \cos(x) \sin(y)$$

> `expand((x + 1)(y + z))`

$$xy + xz + y + z$$

> `expand((x + 1)(y + z), x + 1)`

$$(x + 1)y + (x + 1)z$$

# Приведение подобных: collect

**collect**(*expr*,*var*) – приведение подобных членов выражения *expr* относительно переменной *var*

>  $f := a \ln(x) - \ln(x) x - x$

$f := a \ln(x) - \ln(x) x - x$

>  $\text{collect}(f, \ln(x))$

$(a - x) \ln(x) - x$

>  $\text{collect}(f, x)$

$(-\ln(x) - 1) x + a \ln(x)$

>  $f := a^3 x - x + a^3 + a$

$f := a^3 x - x + a^3 + a$

>  $\text{collect}(f, x); \text{collect}(f, a^3)$

$(a^3 - 1) x + a^3 + a$

$(x + 1) a^3 + a - x$

# Преобразование выражений: combine

**combine**(*expr*) – преобразование нескольких членов в один

**combine**(*expr,param*) – преобразование нескольких членов в один с использованием параметров: **exp**, **trig**, **power** и др.

$$> \text{combine} \left( \sin \left( \frac{1 \pi}{8} \right)^4 + \cos \left( 3 \pi \frac{1}{8} \right)^4 + \sin \left( 5 \pi \frac{1}{8} \right)^4 + \cos \left( 7 \pi \frac{1}{8} \right)^4 \right)$$
$$\frac{3}{2}$$

$$> \text{combine} (4 \sin(x)^3, \text{trig})$$
$$-\sin(3x) + 3 \sin(x)$$

$$> \text{combine} (|x^2| |y + 1|, \text{abs})$$
$$|x^2 (y + 1)|$$

$$> \text{expr} := 4 \sin(x)^3 \cdot a^x \cdot a^{3x} + e^y e^x :$$

$$> \text{combine} (\text{expr}, \text{trig})$$
$$-a^x a^{3x} \sin(3x) + 3 a^x a^{3x} \sin(x) + e^y e^x$$

$$> \text{combine} (\text{expr}, \text{exp})$$
$$4 \sin(x)^3 a^x a^{3x} + e^{y+x}$$

$$> \text{combine} (\text{expr}, \text{power})$$
$$4 \sin(x)^3 a^{4x} + e^{y+x}$$



# Упрощение выражений: `simplify`

- `simplify(expr)` – упрощение выражения
- `simplify(expr,param)` – упрощение выражения с использованием параметров: **exp**, **trig**, **power** и др.
- `simplify(expr,assume=prop)` – упрощение выражения в предположении свойства `prop`

```
> eq := (cos(x) - sin(x)) * (cos(x) + sin(x)) : simplify(eq);
```

$$2 \cos(x)^2 - 1$$

```
> g := sqrt(x^2); simplify(g, assume = positive)
```

$$g := \sqrt{x^2}$$
$$x$$

```
> f := sin(x)^2 + ln(2*x) + cos(x)^2 :
```

```
> simplify(f, trig); simplify(f, ln)
```

$$1 + \ln(2x)$$

$$\sin(x)^2 + \ln(2) + \ln(x) + \cos(x)^2$$

Сравнение `simplify` и `combine`

```
> f := 4 cos(a)^3 - 3 cos(a) :
```

```
> simplify(f); combine(f)
```

$$\cos(a) (4 \cos(a)^2 - 3)$$
$$\cos(3a)$$