

Указания к выполнению

Данное задание состоит из трех частей: выделение подзадач, приближенные вычисления, рекурсия. В каждой части необходимо описать одну или несколько функций.

- Все функции следует сопровождать комментариями.
- Функциям и переменным следует давать осмысленные имена.

Основная программа должна выполнять диалог с пользователем. Диалог должен предлагать выполнить одно из заданий. Каждое задание должно сопровождаться описанием в консоли: что вычисляется, какие параметры может задать пользователь. Результат вычислений тоже желательно комментировать (« $E(x) = \dots$ » – *достаточно*).

Выделение подзадач

При решении этих задач следует самостоятельно определить какие подзадачи следует оформить в виде функций.

1. Выдать все пары простых чисел разность между которыми равна 4, а сами числа меньше заданного числа N .
2. Выдать все [совершенные числа](#), меньшие заданного натурального числа N .
3. Найти все натуральные числа «перевертыши», меньшие заданного натурального числа N .
4. Дано натуральное число N и последовательность из N целых чисел. Вывести все числа последовательности с заданной суммой цифр.
5. Числа *Хемминга* — это натуральные числа, не имеющие простых делителей отличных от 2, 3, 5. Найти сумму всех чисел Хемминга с номерами от N до M ($N < M$).
6. Найти все натуральные числа, которые делятся на каждую из своих цифр, меньшие заданного натурального числа N . Например, 24 делится на 2 и на 4.
7. Дано натуральное число N и последовательность из N натуральных чисел. Выдать все числа с заданной суммой простых делителей.
8. Найти все натуральные числа, меньшие заданного натурального числа N , которые при возведении в квадрат дают числа «перевертыши».
9. Дано натуральное число N и последовательность из N целых чисел. Вывести все элементы последовательности, являющиеся степенями заданного числа.
10. Найти все натуральные числа, меньшие заданного натурального числа N , последняя цифра которых совпадает с последней цифрой их квадрата.
11. Выдать все простые делители натуральных чисел из отрезка от N до M .

Приближенные вычисления

Описать функцию вычисления приближенного значения математической функции, используя её разложение в ряд. Суммирование прекратить, когда значение очередного члена станет меньше ϵ . Для проверки следует использовать несколько значений из контрольных примеров.

1. [Интегральная показательная функция](#)

$$Ei(x) = \int_{-\infty}^x \frac{e^t}{t} dt = \gamma + \ln(x) + \sum_{n \geq 1} \frac{x^n}{n \cdot n!}, \quad x > 0$$

$$\gamma = 0.5772157$$

Контрольные примеры: ([WolframAlfa](#))

2. Интегральная показательная функция

$$E_1(x) = -Ei(-x) = - \left[\gamma + \ln(x) - \frac{x}{1 \cdot 1!} + \frac{x^2}{2 \cdot 2!} - \frac{x^3}{3 \cdot 3!} \dots \right], \quad x > 0$$

$$\gamma = 0.577217$$

Контрольные примеры: ([WolframAlfa](#))

3. [Интегральный синус](#)

$$Si(x) = \int_0^x \frac{\sin(t)}{t} dt = x - \frac{x^3}{3 \cdot 3!} + \frac{x^5}{5 \cdot 5!} - \frac{x^7}{7 \cdot 7!} + \dots, \quad x > 0$$

Контрольные примеры: ([WolframAlfa](#))

4. [Интегральный косинус](#)

$$Ci(x) = \gamma + \ln(x) + \int_0^x \frac{\cos(t) - 1}{t} dt = \gamma + \ln(x) - \frac{x^2}{2 \cdot 2!} + \frac{x^4}{4 \cdot 4!} - \frac{x^6}{6 \cdot 6!} + \dots, \quad x > 0$$

$$\gamma = 0.5772157$$

Контрольные примеры: ([WolframAlfa](#))

5. [Функция ошибок](#)

$$erf(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left[x - \frac{x^3}{3 \cdot 1!} + \frac{x^5}{5 \cdot 2!} - \frac{x^7}{7 \cdot 3!} + \dots \right]$$

Контрольные примеры: ([WolframAlfa](#))

6. [Интеграл вероятностей](#)

$$\operatorname{erf}\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left[x - \frac{x^3}{2 \cdot 3 \cdot 1!} + \frac{x^5}{4 \cdot 5 \cdot 2!} - \frac{x^7}{8 \cdot 7 \cdot 3!} + \dots \right]$$

Контрольные примеры: ([WolframAlfa](#))

7. [Эллиптический интеграл](#)

$$K(x) = \frac{\pi}{2} \left[1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot x^2 + \left(\frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4}\right)^2 \cdot x^4 + \left(\frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6}\right)^2 \cdot x^6 + \dots \right], \quad |x| < 1$$

Контрольные примеры: ([WolframAlfa](#))

8. [Эллиптический интеграл](#)

$$E(x) = \frac{\pi}{2} \left[1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 \frac{x^2}{3} - \left(\frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4}\right)^2 \frac{x^4}{5} - \left(\frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6}\right)^2 \frac{x^6}{7} + \dots \right], \quad |x| < 1$$

Контрольные примеры: ([WolframAlfa](#))

9. [Интеграл Френеля](#)

$$S(x) = \int_0^x \sin\left(\frac{\pi}{2} t^2\right) dt = \left(\frac{\pi}{2}\right) \cdot \frac{x^3}{3 \cdot 1!} - \left(\frac{\pi}{2}\right) \cdot \frac{x^7}{7 \cdot 3!} + \left(\frac{\pi}{2}\right)^5 \cdot \frac{x^{11}}{11 \cdot 5!} - \dots,$$

$x > 0$

Контрольные примеры: ([WolframAlfa](#))

10. [Интеграл Френеля](#)

$$C(x) = \int_0^x \cos\left(\frac{\pi}{2} t^2\right) dt = x - \left(\frac{\pi}{2}\right)^2 \cdot \frac{x^5}{5 \cdot 2!} + \left(\frac{\pi}{2}\right)^4 \cdot \frac{x^9}{9 \cdot 4!} - \left(\frac{\pi}{2}\right)^6 \cdot \frac{x^{13}}{13 \cdot 6!} + \dots,$$

$x > 0$

Контрольные примеры: ([WolframAlfa](#))

11. [Функция Бесселя первого рода](#)

$$J_0(x) = \sum_{n \geq 0} (-1)^n \cdot \left(\frac{x}{2}\right)^{2n} \cdot \left(\frac{1}{n!}\right)^2, \quad x > 0$$

Контрольные примеры: ([WolframAlfa](#))

Рекурсия

Данные задачи следует решать с использованием рекурсии!

1. Описать рекурсивную функцию вычисления суммы цифр целого числа.
2. Описать рекурсивную функцию вычисления n -го члена геометрической прогрессии с первым членом m и знаменателем q .
3. Описать рекурсивную функцию вычисления n -го члена арифметической прогрессии с первым членом m и разностью d .
4. Описать рекурсивную функцию вычисления суммы первых n членов арифметической прогрессии с первым членом m и разностью d .
5. Описать рекурсивную функцию $\text{RootK}(X, K, N)$ вещественного типа, находящую приближенное значение корня K -й степени из числа X по формуле:

$$Y_0 = 1, \quad Y_{N+1} = Y_N - (Y_N - X/(Y_N)^{K-1})/K,$$

где Y_N обозначает $\text{RootK}(X, K, N)$ при фиксированных X и K . Параметры функции: $X (> 0)$ — вещественное число, $K (> 1)$ и $N (> 0)$ — целые. С помощью функции RootK найти для данного числа X приближенные значения его корня K -й степени при шести данных значениях N .

6. Описать рекурсивную функцию вычисления приближенного значения функции, используя её разложение в ряд:

$$\text{sh } x = x + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \frac{x^7}{7!} + \dots$$

7. Описать рекурсивную функцию вычисления приближенного значения функции используя её разложение в ряд:

$$\text{ch } x = x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \frac{x^6}{6!} + \dots$$

8. Описать рекурсивную функцию вычисления приближенного значения функции используя её разложение в ряд:

$$\ln(x + 1) = x - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} - \frac{x^4}{4!} + \dots, \quad |x| < 1$$

9. Описать рекурсивную функцию вычисления приближенного значения функции используя её разложение в ряд:

$$\arcsin x = x + \frac{1}{2} \frac{x^3}{3} + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} \frac{x^5}{5} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6} \frac{x^7}{7} + \dots, \quad |x| < 1$$

10. Описать рекурсивную функцию вычисления значения по формуле:

$$\sqrt{n + \sqrt{n-1 + \dots + \sqrt{1}}}$$

11. Описать рекурсивную функцию вычисления значения по формуле:

$$n + \frac{1}{n-1 + \dots + \frac{1}{2 + \frac{1}{1}}}$$