## Программа курса

«Теория языков программирования»

**Введение**. Теория типов. Системы типов в проектировании языков. Математический аппарат. Множества, отношения и функции. Упорядоченные множества. Последовательности. Индукция.

### Раздел 1: Основы теории типов

**Бестиповые системы**. Бестиповые арифметические выражения. Синтаксис, семантика, вычисление. Индукция на термах. Реализация арифметических выражений на функциональном языке.

Бестиповое лямбда-исчисление. Программирование на языке лямбдаисчисления. Представление термов без использования имен. Термы и контексты. Сдвиг и подстановка. Реализация лямбда-исчисления на функциональном языке.

**Простые типы**. Типизированные арифметические выражения. Отношение типизации. Простое типизированное лямбда-исчисление. Типы функций. Свойства типизации. Соответствие Карри-Говарда. Стирание типов и типизируемость. Реализация простых типов на функциональном языке.

Простые расширения. Базовые типы. Единичный тип. Производные формы. Приписывание типа. Связывание let. Пары. Кортежи. Записи. Типысуммы. Варианты. Рекурсия общего вида. Списки.

Нормализация. Ссылки. Типизация содержимого памяти. Исключения: порождение и обработка. Исключения, сопровождаемые значениями.

## Раздел 2: Подтипы и рекурсивные типы

**Подтипы**. Включение. Отношения вложения типов. Свойства подтипов и типизации. Типы Toom и Bottom. Подтипы и другие элементы языка. Семантика, основанная на приведении типов. Типы-пересечения и типы-объединения.

Метатеория подтипов. Алгоритмическое вложения типов. Алгоритмическое отношение типизации. Пересечения и объединения. Алгоритмическая типизация и тип Bot. Реализация подтипов на функциональном языке.

Императивные объекты. Объектно-ориентированное программирование. Объекты и их генераторы. Группировка переменных экземпляра. Простые классы. Добавление новых переменных экземпляра. Вызов методов надкласса. Классы с переменной Self. Открытая рекурсия через Self. Открытая рекурсия и порядок вычислений.

Расширенный пример: облегченная Java. Именные и структурные системы типов. Определения. Свойства.

Рекурсивные типы. Формальные определения. Метатеория рекурсивных типов. Индукция и коиндукция. Конечные и бесконечные типы. Проверка принадлежности. Регулярные деревья. µ-типы. Подсчет выражений. Вложения типов для изорекурсивных типов.

### Раздел 3: Полиморфизм и системы высших порядков

**Полиморфизм**. Реконструкция типов. Типовые переменные и подстановки. Типизация на основе ограничений. Унификация. Главные типы. Неявные аннотации типов. Полиморфизм через let.

Универсальные типы. Разновидности полиморфизма. Система F. Стирание, типизируемость и реконструкция типов. Параметричность. Импредикативность.

Экзистенциональные типы. Абстракция данных при помощи экзистенциональных типов. Кодирование экзистенциональных типов. Реализация системы F на функциональном языке. Ограниченная квантификация. Ограниченные экзистенциональные типы.

Метатеория ограниченной квантификации. Выявление. Минимальная типизация. Подтипы в ядерной  $F_{<:}$ . Подтипы в полной  $F_{<:}$ . Неразрешимость в полной  $F_{<:}$ . Ограниченные кванторы существования. Ограниченная квантификация и тип Bot.

**Системы высших порядков.** Операторы над типами и виды. Полиморфизм высших порядков. Свойства исчисления. Варианты  $F_{\omega}$ . Зависимые типы. Подтипы высших порядков.

Чисто функциональные объекты (пример). Типы интерфейсов. Отправка сообщений объектам. Простые классы. Полиморфные обновления. Добавление переменных экземпляра. Классы с переменной Self.

**Дополнительно**:  $\pi$ -исчисление и теория параллелизма.

# Рекомендуемая литература:

1. Benjamin Pierce. Types and Programming Languages. — MIT Press, 2002.

Перевод на русский язык: Бенджамин Пирс. Типы в языках программирования. — Добросвет, 2012. — 680 с.

- 2. Robert Harper. Practical Foundations for Programming Languages.
- 3. Ilya Sergey. Programs and Proofs Mechanizing Mathematics with Dependent Types