

## Лабораторная работа № 3

### Статическая задача о контакте двух трехмерных тел

#### КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА

1. Статическая задача
2. Нелинейный анализ
3. Контактная задача (контактные и ответные элементы)

#### ОПИСАНИЕ ЗАДАЧИ

Рассмотрим контактную задачу о контакте двух трехмерных тел с различными материальными свойствами. Необходимо рассчитать контактные напряжения и сравнить их со значениями, полученными по формулам теории Герца.

##### Условие задачи.

Рассмотрим контактную задачу о взаимодействии двух роликовых пар с различными физическими свойствами, геометрическими параметрами и радиусами кривизны в двух перпендикулярных направлениях<sup>1</sup> (рис.1).

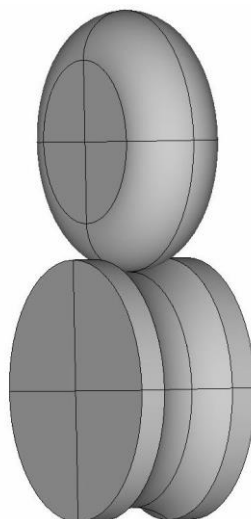


Рис. 1 Схема модели

Схема модели в торцевой плоскости изображена на рис. 2. Верхний ролик с закруглением радиуса  $R_3 = 0.012$  (м) имеет радиус  $R_1 = 0.02$  (м) и ширину  $2h_1$ ;  $h_1 = 0.004$  (м). Нижний ролик с выемкой радиуса  $R_4 = 0.015$  (м) и высотой выемки  $h_3 = 0.0005$  (м) имеет радиус  $R_2 = 0.02$  (м) и ширину  $2h_2$ ;  $h_2 = 0.005$  (м). Ролики имеют различные физические свойства. Верхний ролик выполнен из изотропного материала с модулем Юнга  $E_1 = 2.5 \cdot 10^{11}$  (Н/м<sup>2</sup>) и коэффициентом Пуассона  $\nu_1 = 0.29$ , нижний – из изотропного

---

<sup>1</sup> Подробно данный пример рассматривается в методических указаниях

*Колосова Е. М., Наседкин А. В., Чебаков М. И.* Решение статических контактных задач для трехмерных тел канонической формы. Учебно-методическое пособие к практикуму по курсу «Моделирование задач механики деформированного твердого тела в программном комплексе конечно-элементного анализа ANSYS. Нелинейные задачи». Ростов-на-Дону, 2009.

материала с модулем Юнга  $E_2 = 2 \cdot 10^{11}$  (Н/м<sup>2</sup>) и коэффициентом Пуассона  $\nu_2 = 0.29$ . Контактное взаимодействие роликов вызывается сосредоточенной силой  $P = 225$  (Н), приложенной в центре верхнего ролика и направленной вертикально вниз. Горизонтальная ось нижнего ролика жестко закреплена. Требуется определить напряжения  $\sigma_y$  и перемещения  $u_y$  в зоне контакта роликов.

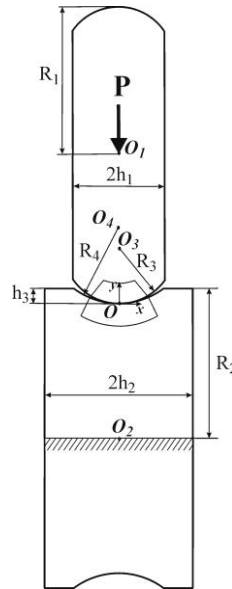


Рис. 2 Проекция в торцевой плоскости

### РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ANSYS

Пример решения этой задачи дан в файле St3SCONT.INP. Данный файл предназначен для выполнения в пакетном режиме ANSYS и снабжен комментариями.

При создании геометрической модели средствами пакета ANSYS использовались свойства симметрии. Можно заметить, что трёхмерная геометрическая модель, изображенная на рис. 1, обладает симметрией относительно плоскостей OXY и OYZ. В силу этого можно простроить 1/4 часть модели (рис. 3), а затем применить условия симметрии к областям, находящимся в этих плоскостях.

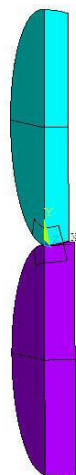


Рис. 3 Четвертая часть модели

Для начала зададим название задачи с помощью команды **/TITLE**. Это название будет выводиться в окне программы:

```
/TITLE, Contact interaction of a roller pair
```

В препроцессоре **/PREP7** зададим параметры для значений геометрических размеров, материальных свойств, размеров конечных элементов и величины нагрузки. При задании параметров триангуляции в соответствие с методологией решения контактных задач по методу конечных элементов при построении сетки конечных элементов будем применять сгущение разбиения в предполагаемой зоне контакта. Пусть есть один характерный размер **GLSIZE** для конечных элементов, который будем использовать для объемов вне зоны контакта. В дополнительно выделенных геометрических объемах вокруг зоны контакта зададим параметры конечно-элементной сетки меньшего размера (размер элементов – **SIZE\_ALL**) по сравнению с остальными областями и дополнительно в точке контакта обеспечим сгущение сетки конечных элементов (размер элементов – **SIZE\_0**).

```
/PREP7
```

```
! Геометрические размеры верхнего и нижнего ролика
```

```
R1=0.02      !радиус верхнего ролика
```

```
R2=0.02      !радиус нижнего ролика
```

```
R3=0.012     !радиус закругления верхнего ролика
```

```
R4=0.015     !радиус выемки на нижнем ролике
```

```
h1=0.004     !половина ширины верхнего ролика
```

```
h2=0.005     !половина ширины нижнего ролика
```

```
h3=0.0005    !углубление выемки на нижнем ролике
```

```
! Материальные константы верхнего и нижнего роликов
```

```
E1=2.5e11    !Модуль Юнга материала верхнего ролика
```

```
E2=2e11      !Модуль Юнга материала нижнего ролика
```

```
NU1=0.29     !Коэффициент Пуассона материала верхнего ролика
```

```
NU2=0.29     !Коэффициент Пуассона материала нижнего ролика
```

```
!Геометрические размеры канонических областей на верхнем и нижнем ролике
```

```
d1=0.003     !ширина контакта на верхнем ролике
```

```
d2=0.003     !ширина контакта на нижнем ролике
```

```
PSIX_BOTTOM=12 !Угол раствора по X для нижней канонической области
```

```
PSIX_TOP=15  !Угол раствора по X для верхней канонической области
```

```
PSIZ_BOTTOM=21 !Угол раствора по Z для нижней канонической области
```

```
PSIZ_TOP=18  !Угол раствора по Z для верхней канонической области
```

```
!Параметры разбиения
```

```
GLSIZE=0.0029 !Характерный размер элементов
```

```
SIZE_ALL=GLSIZE/5 !Размер элементов для всех точек
```

```
SIZE_0=GLSIZE/20 !Размер элементов около точки контакта роликов
```

```
!Величина приложенной силы
```

```
PY=0.225e3
```

Далее зададим материальные свойства. Для статического анализа линейной изотропного материала нужно задать модуль Юнга  $E$  и коэффициент Пуассона  $\nu$ . В данной задаче два разных материала, поэтому зададим два набора материальных свойств.

```
!Задание материальных свойств
MP,EX,1,E1      !Модуль Юнга материала верхнего ролика
MP,NUXY,1,NU1  !Коэффициент Пуассона материала верхнего ролика
MP,EX,2,E2      !Модуль Юнга материала нижнего ролика
MP,NUXY,2,NU2  !Коэффициент Пуассона материала нижнего ролика
```

Задача решается в трехмерной постановке. Для разбиения объемов, занимаемых упругими материалами роликовых пар, будем использовать трехмерные десятиузловые тетраэдральные конечные элементы SOLID92, имеющие три степени свободы  $u_x$ ,  $u_y$ ,  $u_z$  в каждом узле. На контактных поверхностях потребуется задать контактные и ответные элементы. Для моделирования предполагаемого контакта на поверхности нижнего ролика будем использовать восьмиузловые поверхностные контактные конечные элементы CONTA174 с типом контакта поверхность-поверхность, а на поверхности предполагаемого контакта верхнего ролика – ответные элементы TARGE170.

```
!Типы элементов
ET,1,SOLID92 ! 3-D Квадратичный 10-ти узловой элемент
ET,2,TARGE170 ! 3-D Ответный элемент
ET,3,CONTA174 ! 3-D Контактный элемент
```

При построении геометрии сначала создаются двумерные области, из которых затем создаются объемы путем вращения вокруг оси на заданный угол с помощью команды VROTAT2. Вокруг точки контакта строятся вспомогательные объемы для обеспечения сгущения сетки конечных элементов.

```
!Построение геометрии
!Определение основных точек
K,1,0,0
K,2,sqrt(h3*(2*R4-h3)),h3
K,3,h2,h3
K,4,h2,-(R2-h3)
K,5,0,-(R2-h3)
K,6,0,R3
K,7,0,R4
K,8,0,R1
K,9,h1,R1
K,10,h1,R3-sqrt(R3*R3-h1*h1)
K,11,0,0
K,12,0,0
K,13,0,R4
CLOCAL,11,1,0,R4,0 !Цилиндрическая система координат 11
CSYS,11 !Переход в систему координат с номером 11
```

```

K,14,R4,-90+PSIX_BOTTOM
K,15,R4+d2,-90+PSIX_BOTTOM
K,16,R4+d2,-90
CSYS,0 !Переход в основную декартову систему координат
K,17,0,R3
CLOCAL,22,1,0,R3,0 !Цилиндрическая система координат 22
CSYS,22 !Переход в систему координат с номером 22
K,18,R3,-90
K,19,R3,-90+PSIX_TOP
K,20,R3-d1,-90+PSIX_TOP
K,21,R3-d1,-90
CSYS,0 !Переход в основную декартову систему координат

```

!Определение дуг 1-6

```

LARC,1,2,7,R4
LARC,11,10,6,R3
LARC,12,14,13,R4
LARC,16,15,13,R4+d2
LARC,18,19,17,R3
LARC,21,20,17,R3-d1

```

!Определение прямых линий 7-17

```

L,12,16
L,14,15
L,21,18
L,20,19
L,2,3
L,3,4
L,4,5
L,5,1
L,11,8
L,8,9
L,9,10

```

! Определение площадей 1-4 по опорным точкам

```

A,11,8,9,10
A,1,2,3,4,5
A,21,20,19,18
A,12,14,15,16

```

! Создание объема вращением области 3 вокруг оси с точками 8 и 9 на угол PSIZ\_BOTTOM

```

VROTAT,3,,,,,8,9,PSIZ_BOTTOM

```

! Создание объема вращением области 4 вокруг оси с точками 4 и 5 на угол PSIZ\_TOP

```

VROTAT,4,,,,,4,5,PSIZ_TOP

```

! Создание объема вращением области 1 вокруг оси с точками 8 и 9 на 180 градусов

```

VROTAT,1,,,,,8,9,180

```

! Создание объема вращением области 2 вокруг оси с точками 4 и 5 на 180 градусов

```

VROTAT,2,,,,,4,5,180

```

!Создание новых объемов на месте пересекающихся объемов  
VOVLAP,ALL

**Ассоциируем заданные наборы материальных свойств с объемами верхнего и нижнего ролика:**

```
!Присваивание заданных материальных свойств выделенным объемам
VSEL,S,VOLU,,1 !Выделяем новое множество объемов - объем 1
VSEL,A,VOLU,,4 !Добавляем к этому множеству объем 4
VSEL,A,VOLU,,8 !Добавляем к этому множеству объем 8
VATT,1,,1 !Ассоциируем с выделенными объемами атрибуты: МАТ=1,
TYPE=1
VSEL,S,VOLU,,9 !Выделяем новое множество объемов - объем 9
VSEL,A,VOLU,,6,7!Добавляем к этому множеству объемы 6 и 7
VATT,2,,1!Ассоциируем с выделенными объемами атрибуты: МАТ=2,
TYPE=1
VSEL,ALL !Возврат к выбору всех объемов
```

**Для построения конечно-элементной сетки вокруг с помощью команды KESIZE задается три размера конечных элементов: один для вспомогательных объемов вокруг точки контакта, второй – вокруг точки контакта для обеспечения сгущения сетки и третий – для четырех объемов вне зоны контакта:**

```
!Задание параметра для построения сетки конечных элементов во
всех точках
KESIZE,ALL,SIZE_ALL
!Задание параметра для построения сетки конечных элементов около
точки контакта роликов
KESIZE,18,SIZE_0
!Построение сетки КЭ для объемов 1,7
VMESH,1
VMESH,7
!Задание параметра для построения сетки конечных элементов во
всех точках
KESIZE,ALL,GLSIZE
!Построение сетки КЭ для объемов 4,6,8,9
VMESH,4
VMESH,6
VMESH,8
VMESH,9
```

**Полученная конечно-элементная сетка представлена на рис. 4.**

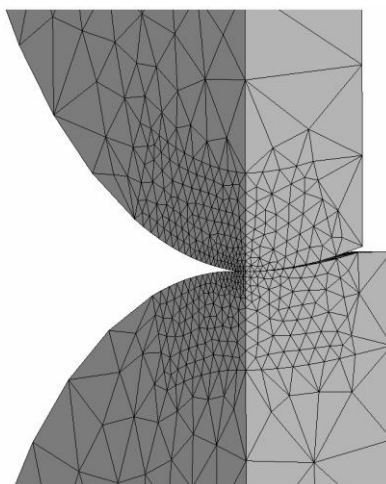


Рис. 4 Сгущение сетки в месте контакта

Создадим контактные и ответные элементы. Контактные элементы будут на поверхности нижнего ролика, а ответные – на поверхности верхнего ролика. Контактные и ответные элементы создаются можно создать с помощью команды ESURF, которая генерирует элементы на свободных гранях существующих элементов. Ответны и контактные элементы сгенерируем на поверхностях контакта, то есть на соответствующих областях вспомогательных объемов.

```
!Задание контактных элементов
ASEL,S,AREA,,34 !Выделяем новое множество областей – область 34
ASEL,A,AREA,,40 !Добавляем к этому множеству область 40
NSLA,,1 !Выбираем узлы, принадлежащие выбранным поверхностям
CM,STRIP,NODE !Объединяем выбранные узлы в группу STRIP
TYPE,3 !Указываем тип элемента 3 (контактный)
MAT,2 !Устанавливаем атрибут материала 2
ESURF !Генерируем контактные элементы на выбранных узлах
ASEL,S,AREA,,7 !Выделяем новое множество областей – область 7
ASEL,A,AREA,,38 !Добавляем к этому множеству область 38
NSLA,,1 !Выбираем узлы, принадлежащие выбранным поверхностям
TSHAP,CIRC !Задаем круговую форму для ответных элементов
CM,PUNCH,NODE !Объединяем выбранные узлы в группу PUNCH
TYPE,2 !Указываем тип элемента 2 (ответный)
MAT,1 !Устанавливаем атрибут материала 1
ESURF !Генерируем ответные элементы на выбранных узлах
NSEL,ALL !Возврат к выбору всех узлов
ASEL,ALL !Возврат к выбору всех областей

SAVE
FINISH
```

Следующим этапом является задание граничных условий и решение задачи. Все эти действия выполним в решателе /SOLU. Нижний ролик жестко закрепим по линии, проходящей через центр нижнего ролика вдоль оси OX, на областях, находящихся в плоскостях OXY и OYZ, зададим условия симметрии, в центре верхнего ролика зададим сосредоточенная силу

в направлении оси  $OY$  со значением  $PY/4$  (здесь задается четвертая часть силы  $PY$ , поскольку в силу симметрии задачи рассматривается четвертая часть модели).

```
/SOLU
!Жесткое закрепление нижнего ролика
LSEL,S,LINE,,13 !Выделяем новое множество линий - линия 13
NSLL,,1 !Выбираем узлы, принадлежащие выбранной линии
D,ALL,UX,0 !Задаем для всех выбранных узлов перемещения  $UX=0$ 
D,ALL,UY,0!Задаем для всех выбранных узлов перемещения  $UY=0$ 
D,ALL,UZ,0!Задаем для всех выбранных узлов перемещения  $UZ=0$ 
NSEL,ALL !Возврат к выбору всех узлов
LSEL,ALL !Возврат к выбору всех линий
```

```
!Условия симметрии на роликах
DA,3,SYMM !Условие симметрии на области 3
DA,8,SYMM !Условие симметрии на области 8
DA,19,SYMM !Условие симметрии на области 19
DA,22,SYMM !Условие симметрии на области 22
DA,31,SYMM !Условие симметрии на области 31
DA,32,SYMM !Условие симметрии на области 32
DA,33,SYMM !Условие симметрии на области 33
DA,35,SYMM !Условие симметрии на области 35
DA,36,SYMM !Условие симметрии на области 36
DA,37,SYMM !Условие симметрии на области 37
DA,39,SYMM !Условие симметрии на области 39
DA,41,SYMM !Условие симметрии на области 41
```

```
!Приложение сосредоточенной силы
FK,8,FY,-PY/4 !Прикладываем сосредоточенную силу в точке 8
```

```
SOLVE !Решить систему МКЭ
SAVE
```

```
FINISH
```

## АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ

В постпроцессоре проведем анализ результатов. После настройки некоторых опций графического вывода с помощью команды **PLNSOL** выведем картины распределения перемещений  $U_y$  и напряжений  $S_y$ :

```
/POST1
/DSCALE,ALL,OFF !Отключаем установку множителя для изображения
смещений
/PLOPTS,INFO,1 !Поместим шкалу результатов справа
PLNSOL,U,Y !Выводим перемещения по оси Y
! Используется задержка для просмотра предыдущей картинки
*ASK,TMP,ANY NUMBER OR PRESS "ENTER"
PLNSOL,S,Y !Выводим напряжения по оси Y
```

Далее в постпроцессоре **POST1** выбираем элементы верхнего ролика с помощью команды **ESEL**, а затем узлы с помощью команды **NSLE**.



Выбираем узел, лежащий в начале координат, с помощью команд **NSEL** и находим номер **N\_CONT2** этого узла (команда **\*GET**). Возвращаемся к выбору всех узлов и элементов командами **NSEL,ALL** и **ESEL,ALL**. Находим значение перемещения **UY** в узле **N\_CONT2**. Аналогично действуем для нахождения перемещения **UY** в начале координат нижнего ролика (в узле **N\_CONT1**). С помощью команды **\*GET** вычисляем напряжения **SY** в узлах **N\_CONT1** и **N\_CONT2**. Убедимся, что значения перемещений и напряжений в точке контакта для верхнего и нижнего ролика совпадают, что является дополнительным контролем правильности проведенных расчетов.

```

ESEL,S,MAT,,2           !Выделяем элементы с атрибутом MAT=2
NSLE,,1               !Выделяем узлы, принадлежащие выбранным элементам
!Выделяем узел, лежащий в точке с координатами (0,0,0)
NSEL,S,LOC,X,0
NSEL,R,LOC,Y,0
NSEL,R,LOC,Z,0
!Узел с минимальным номером определяем как N_CONT2
*GET,N_CONT2,NODE,,NUM,MIN
NSEL,ALL              !Возврат к выбору всех узлов
ESEL,ALL              !Возврат к выбору всех элементов
DELTA2=UY(N_CONT2) !Перемещение UY в узле N_CONT2 определяем как
DELTA2

```

```

ESEL,S,MAT,,1           !Выделяем элементы с атрибутом MAT=1
NSLE,,1               !Выделяем узлы, принадлежащие выбранным элементам
!Выделяем узел, лежащий в точке с координатами (0,0,0)
NSEL,S,LOC,X,0
NSEL,R,LOC,Y,0
NSEL,R,LOC,Z,0
!Узел с минимальным номером определяем как N_CONT1
*GET,N_CONT1,NODE,,NUM,MIN
NSEL,ALL              !Возврат к выбору всех узлов
ESEL,ALL              !Возврат к выбору всех элементов
DELTA1=UY(N_CONT1) !Перемещение UY в узле N_CONT1 определяем как
DELTA1
!Напряжение SY в узле N_CONT1 определяем как SYE_CONT1
*GET,SYE_CONT1,NODE,N_CONT1,S,Y
!Напряжение SY в узле N_CONT2 определяем как SYE_CONT2
*GET,SYE_CONT2,NODE,N_CONT2,S,Y

```

Сравним полученные значения контактных напряжений со значениями, полученными по формулам теории Герца. Формулы теории Герца приведены в методических указаниях «Решение статических контактных задач для трехмерных тел канонической формы», с. 23-24. Используя формулу (1), можно убедиться, что значение максимального контактного напряжения по абсолютной величине близко к полученному значению с помощью конечно-элементного пакета ANSYS.