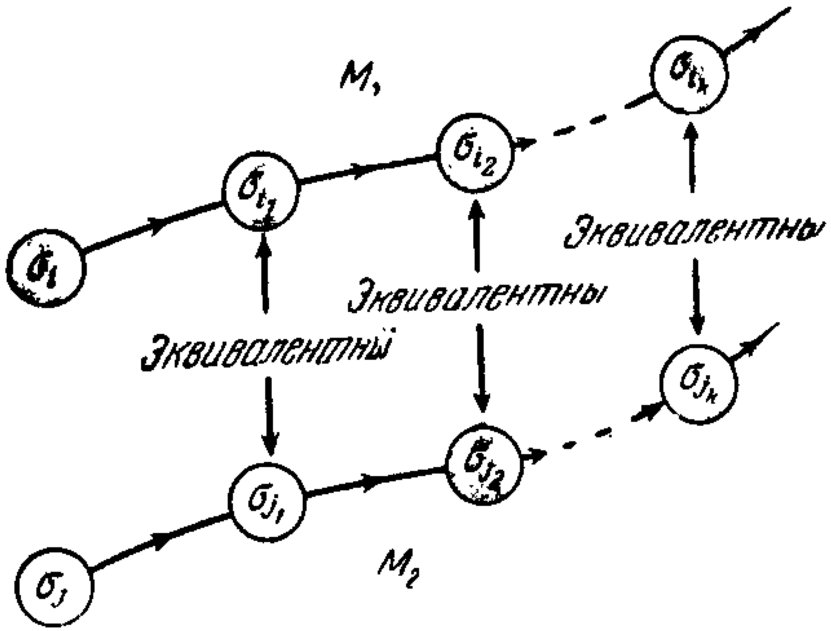
Эквивалентность и минимизация автоматов

План лекции

- 1. Эквивалентные состояния
- 2. к-эквивалентность
- 3. к-эквивалентные разбиения

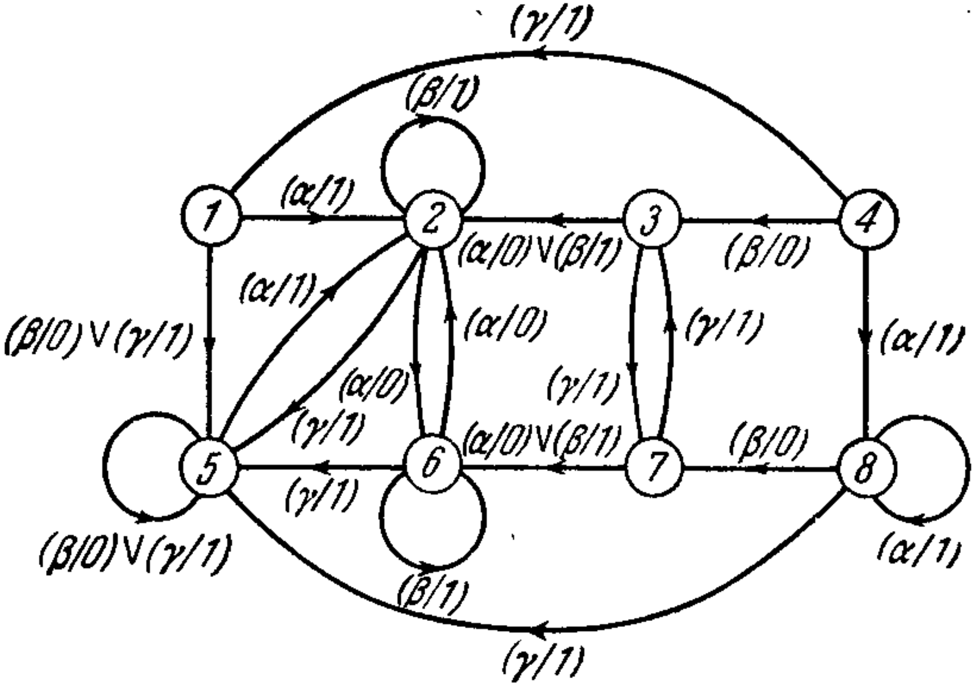
к- эквивалентность



Пример. Обсудить А6

Автомат А6

	z_ν			$s_{\nu+1}$		
s_ν \ x_ν	α	β	γ	α	β	γ
1	1	0	1	2	5	5
2	0	1	1	6	2	5
3	0	1	1	2	2	7
4	1	0	1	8	3	1
5	1	0	1	2	5	5
6	0	1	1	2	6	5
7	0	1	1	6	6	3
8	1	0	1	8	7	5



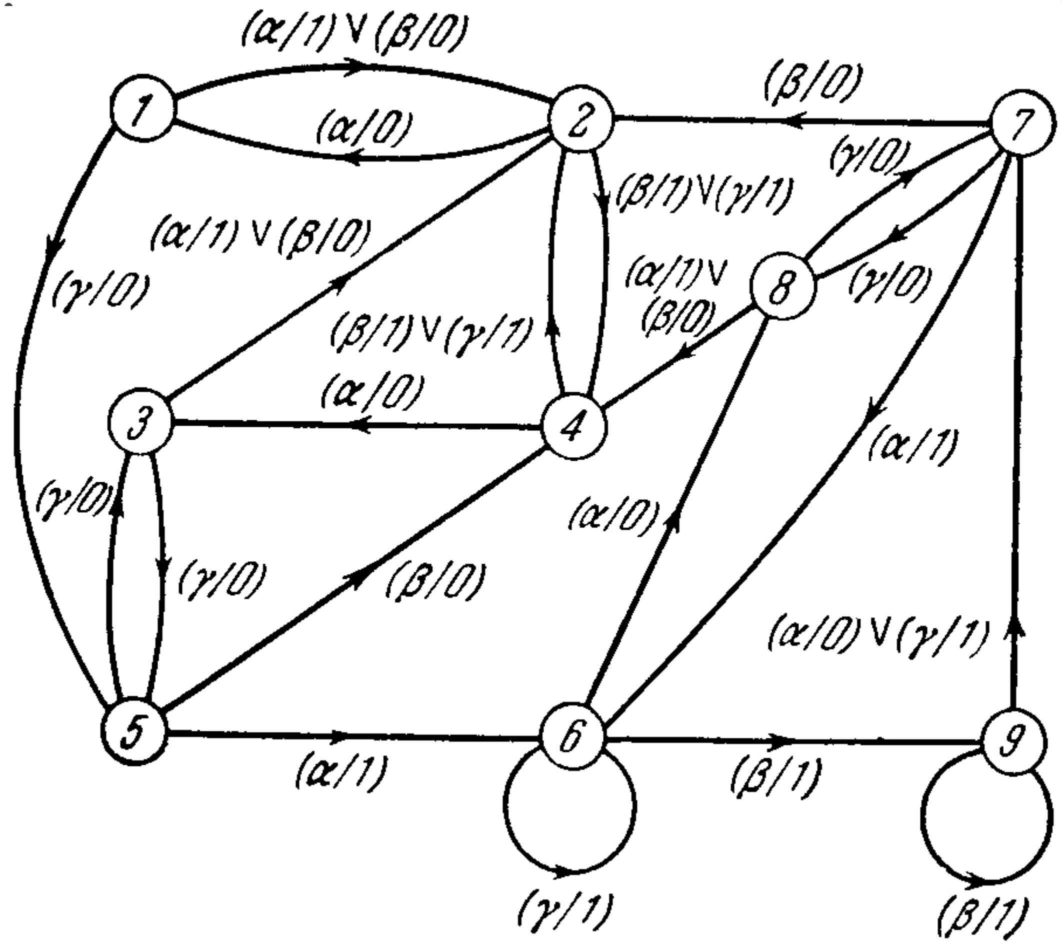
Пары состояний {1; 5} и {3; 7} эквиваленты ⟹ {4; 8} пара эквивалентных состояний… ⟹ {1; 5} , {2; 6} и {3; 7} также эквиваленты.

к- эквивалентные разбиения

Понятие. Обозначение.

Пример. Автомат А7

s_ν \ x_ν	z_ν: α	β	γ	$s_{\nu+1}$: α	β	γ
1	1	0	0	2	2	5
2	0	1	1	1	4	4
3	1	0	0	2	2	5
4	0	1	1	3	2	2
5	1	0	0	6	4	3
6	0	1	1	8	9	6
7	1	0	0	6	2	8
8	1	0	0	4	4	7
9	0	1	1	7	9	7



к- эквивалентные разбиения

Лемма 5. к-эквивалентное разбиение автомата единственно.

Лемма 6. Состояния, являющиеся разобщенными в $P_к$, должны быть разобщенными в $P_{к+1}$.

Лемма 7. Если автомат M имеет два различимых, но к-эквивалентных состояния, то он также должен иметь два состояния, которые являются к-эквивалентными, но (к+1)-различимыми. (б.д.)

Теорема. $P_{к+1}$ должно быть собственным разделением $P_к$, если не во всех классах $P_к$ смежные состояния являются эквивалентными. В противном случае $P_к$ и $P_{к+1}$ совпадают. (б.д.)

Пример. Разбиения автомата A7.

$$P_3:\ \Sigma_{31} = \{1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 8\},$$
$$\Sigma_{32} = \{2,\ 4\},$$
$$\Sigma_{33} = \{6\},$$
$$\Sigma_{34} = \{9\},$$

$$P_4:\ \Sigma_{41} = \{1,\ 3,\ 8\},$$
$$\Sigma_{42} = \{2,\ 4\},$$
$$\Sigma_{43} = \{5,\ 7\},$$
$$\Sigma_{44} = \{6\},$$
$$\Sigma_{45} = \{9\},$$

P_5 – ?

Разбиение при помощи таблиц $Р_{к}$

P_1 для автомата $A7$

		$s_{\nu+1}$		
Σ	s_ν \ x_ν	α	β	γ
a	1	2_b	2_b	5_a
	3	2_b	2_b	5_a
	5	6_b	4_b	3_a
	7	6_b	2_b	8_a
	8	4_b	4_b	7_a
b	2	1_a	4_b	4_b
	4	3_a	2_b	2_b
	6	8_a	9_b	6_b
	9	7_a	9_b	7_a

P_2 для автомата $A7$

		$s_{\nu+1}$		
Σ	s_ν \ x_ν	α	β	γ
a	1	2_b	2_b	5_a
	3	2_b	2_b	5_a
	5	6_b	4_b	3_a
	7	6_b	2_b	8_a
	8	4_b	4_b	7_a
b	2	1_a	4_b	4_b
	4	3_a	2_b	2_b
	6	8_a	9_c	6_b
c	9	7_a	9_c	7_a

Разбиение при помощи таблиц $P_к$

P_3 для автомата $A7$

		$s_{\nu+1}$		
Σ	x_ν \ s_ν	α	β	γ
a	1 3 5 7 8	2_b 2_b 6_c 6_c 4_b	2_b 2_b 4_b 2_b 4_b	5_a 5_a 3_a 8_a 7_a
b	2 4	1_a 3_a	4_b 2_b	4_b 2_b
c	6	8_a	9_d	6_c
d	9	7_a	9_d	7_a

P_4 для автомата $A7$

		$s_{\nu+1}$		
Σ	x_ν \ s_ν	α	β	γ
a	1 3 8	2_b 2_b 4_b	2_b 2_b 4_b	5_c 5_c 7_c
b	2 4	1_a 3_a	4_b 2_b	4_b 2_b
c	5 7	6_d 6_d	4_b 2_b	3_a 8_a
d	6	8_a	9_e	6_d
e	9	7_c	9_e	7_c

Разбиение при помощи таблицы пар

Лемма 8. *Невыделенные пары в клетках основного столбца в k-м варианте таблицы пар автомата M образуют все k-эквивалентные пары состояний автомата M.*

Алгоритм.

Пример. Таблицы пар для автомата А7.

1-ай вариант

Пары	α	β	γ
1,3	2,2	2,2	5,5
1,5	2,6	2,4	3,5
1,7	2,6	2,2	5,8
1,8	2,4	2,4	5,7
2,4	1,3	2,4	2,4
2,6	1,8	4,9	4,6
2,9	1,7	4,9	4,7
3,5	2,6	2,4	3,5
3,7	2,6	2,2	5,8
3,8	2,4	2,4	5,7
4,6	3,8	2,9	2,6
4,9	3,7	2,9	2,7
5,7	6,6	2,4	3,8
5,8	4,6	4,4	3,7
6,9	7,8	9,9	6,7
7,8	4,6	2,4	7,8

2-ой вариант

Пары	α	β	γ
1,3	2,2	2,2	5,5
1,5	2,6	2,4	3,5
1,7	2,6	2,2	5,8
1,8	2,4	2,4	5,7
2,4	1,3	2,4	2,4
2,6	1,8	4,9	4,6
2,9	1,7	4,9	4,7
3,5	2,6	2,4	3,5
3,7	2,6	2,2	5,8
3,8	2,4	2,4	5,7
4,6	3,8	2,9	2,6
4,9	3,7	2,9	2,7
5,7	6,6	2,4	3,8
5,8	4,6	4,4	3,7
6,9	7,8	9,9	6,7
7,8	4,6	2,4	7,8

3-ий вариант

Пары	α	β	γ
1,3	2,2	2,2	5,5
1,5	2,6	2,4	3,5
1,7	2,6	2,2	5,8
1,8	2,4	2,4	5,7
2,4	1,3	2,4	2,4
2,6	1,8	4,9	4,6
2,9	1,7	4,9	4,7
3,5	2,6	2,4	3,5
3,7	2,6	2,2	5,8
3,8	2,4	2,4	5,7
4,6	3,8	2,9	2,6
4,9	3,7	2,9	2,7
5,7	6,6	2,4	3,8
5,8	4,6	4,4	3,7
6,9	7,8	9,9	6,7
7,8	4,6	2,4	7,8

Эквивалентность автоматов

Определение 3.3. Говорят, что автомат M_1 и автомат M_2 *эквивалент* если каждому состоянию σ_i автомата M_1 соответствует, по крайней мере, одно эквивалентное ему состояние в автомате M_2 и если каждому состоянию σ_j автомата M_2 соответствует, по крайней мере, одно эквивалентное ему состояние в автомате M_1 Если автоматы M_1 и M_2 не эквивалентны, то они *различимы*.