

**Лабораторная работа.**  
**Метод Ньютона для определения корня нелинейного уравнения.**

**Постановка задачи.** Рассмотрим уравнение

$$F(x) = 0 \tag{1}$$

Требуется отделить его корни и уточнить один из них методом Ньютона.

**Методы решения.** Для отделения корней представим уравнение (1) в виде  $G(x) = H(x)$ , где  $y = G(x), y = H(x)$  — элементарные функции. Построим графики этих функций и по точкам пересечения сделаем вывод о числе корней уравнения (1) и их расположении.

Пусть на отрезке  $[a, b]$  у функции  $F(x)$  есть единственный ноль. Рассмотрим для его уточнения метод Ньютона.

*Метод Ньютона* является итерационным методом. Выбираем начальное приближение  $x_0 \in [a, b]$  из условия

$$F(x_0) \cdot F''(x_0) > 0 \tag{2}$$

и организуем итерации по правилу:

$$x_{i+1} = x_i - \frac{F(x_i)}{F'(x_i)}, \quad i = 0, 1, 2, \dots \tag{3}$$

Корень считается найденным с точностью  $\varepsilon$ , если выполняется оценка

$$|x_{i+1} - x_i| < \varepsilon \tag{4}$$

### Методические указания

- Возьмите тестовый пример для отладки программы. Например,  $2^x - 4 = 0$ . Очевидно, что это уравнение имеет единственный корень на отрезке  $[1, 3]$ . Зададим функцию

```
> restart;  
> f := (x) -> 2^x - 4;
```

- Для организации расчета по методу Ньютона следует выполнить следующее:

1. задать концы отрезка  $a, b$  и точность  $\varepsilon$
2. найти первую и вторую производную функции  $f(x)$

```
> df1 := diff(f(x), x);  
> df2 := diff(f(x), x, x);
```

3. выбрать начальное приближение  $x_0$  из  $a, b$ , проверив условие (2). В функцию  $f(x)$  концы отрезка можно подставить просто  $f(a)$  или  $f(b)$ , в выражение для второй производной — с помощью оператора  $subs(,)$ . Условный оператор в Maple имеет вид:

```
> if f(a)*subs(x=a, df2) > 0 then ...; else ...; end if;
```

4. запрограммировать цикл *for...while* для расчета последующих итераций
  5. при выходе из цикла вывести корень, число итераций и значение функции в корне
  6. если процесс не сошелся, выдать сообщение об ошибке
- Сохраните результаты работы для тестового примера в личной папке под именем НЕЛИН-УРАВНЕНИЕ(ТЕСТ).MWS
  - Для индивидуального варианта следует отделить корни, т.е. найти  $a, b$ , используя графический способ. Для этого постройте графики двух элементарных функций

```
> plot([sin(x), x^2], x=-3..3, y=-2..2);
```

и по абсциссам точек пересечения сделайте вывод, сколько корней и где они локализованы. Вывод приведите в комментариях.

- Сохраните результаты работы для тестового примера в личной папке под именем НЕЛИН-УРАВНЕНИЕ(ВАР 00).MWS.
- Оформите отчет, который включает текст задания, код с результатами для теста и своего варианта.