

Символьные вычисления в Matlab

Функция создания символьных переменных `sym` Для работы с командами ядра Maple в MatLab определён новый тип переменной `sym` – символьный объект. Фактически это строковые переменные. Для проведения аналитических (символьных) операций нужно, чтобы соответствующие переменные были предварительно объявлены. Для создания группы символьных объектов служит функция `syms`.

```
% Символьная переменная
sym x

% несколько символьных переменных
syms a b c

% возвращает символьную переменную x и записывает в x
x=sym(x)

f=sym(sin(x))
```

Функция `findsym` позволяет выделить символьные переменные в составе выражения `S`

```
syms x y z
a=2; b=4
findsym(a*x^2 + b*y + z)
```

Функция `pretty(S)` — дает вывод выражения `S` в формате, приближенном к математическому

```
syms x
pretty(x^2)
```

Функция `digits` служит для установки числа цифр в числах арифметики произвольной точности (по умолчанию 32).

```
clear
clc

digits(32)
vpa pi
digits(6)
vpa pi
```

Функция `vpa` служит для проведения вычислений в арифметике произвольной точности.

```
vpa(exp(1), 8)
digits(12)
vpa(exp(1))
```

Справочная система

С помощью команды

```
>>help symbolic
```

можно получить перечень входящих в пакет команд и функций.

Для получения справки по любой команде или функции можно использовать команду

```
>>help sym/name.m,
```

где name – это имя соответствующей команды или функции

Символьные операции математического анализа

Функция **simplify(S)** поэлементно упрощает символьные выражения массива S. Если упрощение невозможно, то возвращается исходное выражение.

Функция раскрытия скобок выражений - **expand**.

Разложение выражения на простые множители – **factor**

Функция **collect(S,v)** обеспечивает комплектование выражений в составе вектора или матрицы S по степеням переменной v.

Одной из самых эффективных и часто используемых операций символьной математики является операция подстановки. Она реализуется функцией **subs**, имеющей ряд форм записи:

- **subs(S)** — заменяет в символьном выражении S все переменные их символьными значениями, которые берутся из вычисляемой функции или рабочей области системы MATLAB.
- **subs(S,NEW)** — заменяет все свободные символьные переменные в S из списка NEW.
- **subs(S, OLD, NEW)** — заменяет OLD на NEW в символьном выражении S. При одинаковых размерах массивов OLD и NEW замена идет поэлементно. Если S OLD — скаляры, а NEW — числовой массив или массив ячеек, то скаляры расширяются до массива результатов.

Суперпозиция функций – **compose**. **compose(f, g)** — возвращает $f(g(y))$, где $f = f(x)$ и $g = g(y)$. Независимые переменные x и y находятся с помощью функции **findsym**.

Задания

1. Вычислите значения выражения $\text{sqrt}(0.1234)$ с точностью 7 цифр после запятой.

2. Упростить выражения

- $(a^2)^{(1/2)} - (b^2)^{(1/2)}$
- $(x+1)^{(4/3)} - x \cdot (x+1)^{(1/3)}$

3. С помощью функции подстановки subs вычислите значения выражения $y(x)$ для разных значений x .

№	y	x
1	$x^2 \cdot \cos(x)$	$\pi, \pi/2, 3/2\pi$
2	$\sin(x)/x$	$\pi, \pi/2, 3/2\pi$

4. Разложите на множители выражения

1	$y^4 - 16$
2	$x^3 \cdot \sin(x) - y^3 \cdot \sin(x) \cdot \cos(x)^2$
3	$x \cdot (x+1) + y \cdot (x+1)$

5. Используйте функцию collect для приведения подобных слагаемых в выражениях

№	1-й аргумент collect	2-й аргумент collect
1	$x \cdot y + a \cdot x \cdot y + y \cdot x^2 - a \cdot y \cdot x^2 + x + a \cdot x$	x
2	$x \cdot y + a \cdot x \cdot y + y \cdot x^2 - a \cdot y \cdot x^2 + x + a \cdot x$	y

6. Используйте функцию expand для раскрытия скобок в приведенных ниже выражениях:

1	$(x+4) \cdot (x-9)$
2	$\exp(a + \ln(b) - \ln(c))$
3	$\cos(2 \cdot x) \cdot \sin(2 \cdot x)$

7. Создайте композиции функций $f(g(x))$, вычислите их значения для заданных аргументов.

№	f, g	x
1	$f = \cos(y), g = \cos(2 \cdot x)$	$\pi/3$
2	$f = \cos(y), g = \sin(x)$	$\pi/3$
3	$f = 1/(1-y), g = x^{\exp(1)}$	$\pi/3$

Пример #01. Вычисление предела

```
%%  
syms x  
limit((1+1/x)^x, x, Inf)
```

Пример #02. Вычисление интеграла

```
clear  
clc  
  
syms x  
int(sin(x), x)
```

Пример #03. Вычисление производной

```
clear  
clc  
  
syms x;  
diff(x^2, 2)
```

Пример #04. Разложение в ряд Тейлора

```
clear  
clc  
  
syms x;  
taylor(sin(x), x)  
taylor(sin(x), x, 'ExpansionPoint', 1)  
taylor(sin(x), x, 1)  
taylor(sin(x), 'Order', 8)
```

Пример #05. Решение уравнений

```
clear  
clc  
  
res=solve('cos(2*x)+sin(x)=1')
```

Пример #06. Решение систем уравнений

```
clear  
clc  
  
syms x y  
z=solve(2*x+y-1, 2*y+y-1, x, y)  
z.x  
z.y
```

Задания

1. Найти предел функций

№	f	x
1	$(x^2-1)/(2*x^2-x-1)$	0
2	$((1+x)^5-(1+5*x))/(x^2+x^5)$	0
3	$(x^m-1)/(x^n-1)$	1

2. Найти первую и вторую производную для функций.

№	f
1	$x*\sqrt{1+x^2}$
2	$x*\ln(x)$
3	$x*\sin(\ln(x)+\cos(\ln(x)))$

3. Найти неопределенный интеграл.

№	F
1	$(1-x)*(1-2*x)*(1-3*x)$
2	$((1-x)/x)^2$
3	$(1+x)/\sqrt{x}$

4. Найти определенный интеграл.

№	f, x
1	$\sin(x), x=0..Pi$
2	$\text{abs}(1-x), x=0..2$
3	$1/x, x=-1..1$

5. Разложить функцию в ряд Маклорена.

№	F
1	$(1+x+x^2)/(1-x+x^2), x=0, \text{Order}=7$
2	$(a^m+x)^{1/m}, x=0, \text{Order}=5$
3	$\exp(1)^{(2*x-x^2)}, x=0, \text{Order}=9$

6. Вычислить 100 значений функции на отрезке [1.28,3.28], если a=1, b=2.5

$$y = \frac{a + \sin^2(b^3 + x^3)}{\sqrt[3]{b^3 + x^3}}$$

7. Решите уравнения с помощью команды solve.

№	f
1	$x^4 - x^3 + 1$
2	$2 \cdot \cos(x) - x$
3	$x^3 - \sin(x)$

8. Решите системы уравнений.

№	f
1	$x^4 - x^3 + 1, \cos(x) - x$
2	$2 \cdot \cos(x) - x, 2 \cdot x^3 - x$
3	$x^3 - \sin(x), x^2$

Численное решение

Пример #07. Вычисление интеграла $\int_0^1 \sin(x) dx$ методом трапеций

```
clear
clc

x=0:0.1:1; y=sin(x);
trapz(x,y)
```

6

Пример #08. Вычисление интеграла $\int_0^1 \sin(x) dx$ методом Симпсона

```
clear
clc

quad('sin(x)', 0, 1)
```

Пример #09. Нахождение корня уравнения $y = \sin(x) - \cos(x)$

```
clear
clc

% график функции на отрезке [0,10]
fplot('sin(x)-cos(x)', [0,10]); grid on

% корень в окрестности 1
fzero('sin(x)-cos(x)', 1)
```

Пример #10. Нахождение корней полинома $y = x^2 + 2x + 3$

```
clear
clc

% задание коэффициентов полинома
p=[1,2,3]
% нахождение корней
roots(p)
```

Диктант

1.	Дескриптор активных осей
2.	Команда очистки памяти или части переменных
3.	Минимальное вещественное число
4.	Команда, позволяющая разместить в одном figure, несколько axes - осей
5.	Опция, позволяющая добавлять в axes текущий график
6.	Функции построения графиков, для которых аргументами являются векторы координат точек?
7.	Функции построения графиков, для которых аргументами являются функции, заданные строкой?
8.	Какие вы знаете функции построения поверхностей?
9.	Выберите из текущих axes (осей) все графики и измените стиль линий на пунктирный.
10.	Конструкторы создания единичной матрицы, матрицы из единиц, нулевой, диагональной
11.	Постройте диагональную матрицу с диагональю, первый элемент π каждый следующий отличается на $\pi/10$ последний 2π
12.	Функция заголовка осей
13.	Функция, идентифицирующая в axes-осях график и соответствующий стиль линии
14.	Создать A – квадратную матрицу 10 порядка генератором случайных чисел, равномерно распределенных на отрезке $[0, 1]$
15.	Обнулить в A (+1)-ю диагональ.
16.	В матрице A задать элементы 9-го столбца равными π .
17.	В матрице A поменять местами первый и последний блоки размера (3,3), расположенные вдоль главной диагонали.
18.	Пусть myline дескриптор линии, увеличьте ее толщину в четыре раза.
19.	Измените красную составляющую цвета линии myline в два раза

Задания

1. Вычислите интеграл $\int_0^1 x * \sin(x) dx$ методом трапеций и методом Симпсона. Определите какое разбиение нужно задать, чтобы результаты различались в третьем знаке после запятой.
2. Найдите корни полинома $y = x^3 + 2x - 133$
3. Найдите корни уравнения $y = \sin(x) - x$ в окрестности точки -3.
4. Придумайте условия для заданий 1-3 из данного раздела и выполните их.