

# Вопросы к экзамену по курсу «Алгоритмы на графах». 2023 г.

## Модуль 1. Базовые алгоритмы

1. Представление графа в виде списка дуг, сложность расчёта локальных характеристик. {10 баллов}
2. Представление графа в виде матрицы смежности, сложность расчёта локальных характеристик. {10 баллов}
3. Представление графа в виде списка смежности, сложность расчёта локальных характеристик. {10 баллов}
4. Алгоритм поиска в ширину. {20 баллов}
5. Поиск компонент связности с помощью поиска в ширину. {10 баллов}
6. Поиск кратчайших путей на невзвешенном графе с помощью поиска в ширину. {10 баллов}
7. Обнаружение циклов на графе с помощью поиска в ширину. {10 баллов}
8. Алгоритм поиска в глубину. {20 баллов}
9. Алгоритм проверки двудольности графа на основе поиска в ширину или глубину. {10 баллов}
10. Обнаружение мостов на графе с помощью поиска в глубину. {10 баллов}
11. Топологическая сортировка: определение и алгоритм на основе поиска в глубину. {10 баллов}
12. Сильные компоненты: определение и алгоритм на основе поиска в глубину. Конденсация и теорема о конденсации. {10 баллов}
13. Ярусная форма: определение, теорема и алгоритм на основе поиска в глубину. {20 баллов}
14. Алгоритм нахождения кратчайшего пути на взвешенном бесконтурном графе (с обоснованием). {20 баллов}
15. Алгоритм нахождения самого длинного пути на взвешенном бесконтурном графе. {10 баллов}
16. Алгоритм нахождения самого надёжного пути на взвешенном бесконтурном графе. {10 баллов}
17. Алгоритм нахождения пути максимальной пропускной способности на взвешенном бесконтурном графе. {10 баллов}

## Модуль 2. Кратчайшие расстояния

18. Сформулируйте теорему о деревьях. {10 баллов}
19. Цепной критерий оптимальности остовного дерева. {10 баллов}
20. Разрезный критерий оптимальности остовного дерева. {10 баллов}
21. Алгоритм Краскала, с обоснованием. {20 баллов}
22. Алгоритм Прима, с обоснованием. {20 баллов}
23. Алгоритм Дейкстры, с обоснованием. {20 баллов}
24. Алгоритм Беллмана-Форда, с обоснованием. {20 баллов}
25. Алгоритм A\*. {20 баллов}
26. Алгоритм Флойда-Уоршалла, с обоснованием. {20 баллов}
27. Алгоритм построения транзитивного замыкания, с обоснованием. {10 баллов}
28. Алгоритм Джонсона, с обоснованием. {20 баллов}

## Модуль 3. Потoki в сетях и паросочетания

29. Определение потока и формулировка задачи о максимальном потоке. {10 баллов}
30. Леммы 1-3 о свойствах потоков и разрезов (с доказательствами). {10 баллов}
31. Лемма 4 и теорема Форда-Фалкерсона (с доказательствами). {10 баллов}
32. Алгоритм нахождения набора путей, реализующих поток. {10 баллов}

33. Алгоритмы решения модификаций задачи о максимальном потоке (несколько источников/стоков, пропускные способности вершин). {10 баллов}
34. Алгоритм решения задачи о максимальном потоке при ограничениях снизу и сверху (включая теорему). {20 баллов}
35. Задача о наибольшем паросочетании на двудольном графе: определения, алгоритм решения. {10 баллов}
36. Паросочетания на графах общего вида: определения, критерий максимальности (с доказательством). {20 баллов}
37. Паросочетания на графах общего вида: определения, алгоритм нахождения. {20 баллов}

### **Пояснения по подготовке и ответу на экзамене**

- ✓ Все вопросы (определения, теоремы, доказательства) — в том объёме, как я рассказывал на лекциях.
- ✓ Для алгоритма необходимо обязательно оценить его временную сложность (при применении разных структур данных для представления графа и промежуточных результатов – если я делал это на лекциях).
- ✓ В билете: 2 вопроса из программы (суммарно на 30 баллов) + 1 практическое задание на 10 баллов (например – для заданного графа найти минимальное остовное дерево, максимальный поток и т.п.).

### **Рекомендуемая литература**

1. Кормен Т. Х. Алгоритмы: вводный курс – М.: Вильямс, 2014. - 208 с.
2. Ахо А., Хопкрофт Дж., Ульман Дж. Структуры данных и алгоритмы. - М.: Вильямс, 2000.
3. Клейнберг Д., Тардос Е. Алгоритмы: разработка и применение. Классика Computer Science. - Питер, 2016. 800 с.
4. Кристофидес Н. Теория графов. Алгоритмический подход – М.: Мир, 1978. – 432 с.
5. Скиена С. Алгоритмы. Руководство по разработке. 3-е изд. - СПб.: БХВ, 2022. - 848 с.
6. Рафгартен Т. Совершенный алгоритм. Графовые алгоритмы и структуры данных. – СПб.: Питер, 2019. – 256 с.
7. Рафгартен Т. Совершенный алгоритм. Жадные алгоритмы. – СПб.: Питер, 2020. – 256 с.
8. Форд Л., Фалкерсон Д. Потоки в сетях. – М.: Мир, 1966. – 276 с.
9. Новиков Ф.А. Дискретная математика. – СПб.: Питер, 2000. – 304 с.
10. Jungnickel D. Graphs, Networks and Algorithms (Algorithms and Computation in Mathematics, 5) 4th ed. - Springer, 2013. - 650 pp.