

Компьютерное зрение и обработка изображений

Лекция 3

Бинарные изображения

Я.М.Демяненко
dem@math.sfedu.ru

Южный федеральный университет
Институт математики, механики и компьютерных наук

2020

Содержание

- 1 Выделение и маркировка связанных областей
 - Выделение связанных областей
 - Маркировка связанных областей
 - Подсчёт объектов на изображении
- 2 Свойства областей бинарного изображения
 - Геометрические свойства
 - Свойства формы
- 3 Математическая морфология
 - На чём основана
 - Дилатация и эрозия
 - Замыкание и размыкание
 - Основные морфологические алгоритмы

Содержание

- 1 Выделение и маркировка связанных областей
 - Выделение связанных областей
 - Маркировка связанных областей
 - Подсчёт объектов на изображении
- 2 Свойства областей бинарного изображения
 - Геометрические свойства
 - Свойства формы
- 3 Математическая морфология
 - На чём основана
 - Дилатация и эрозия
 - Замыкание и размыкание
 - Основные морфологические алгоритмы

Выделение связанных областей

	1	
2	*	3
	4	

4-связность

1	2	3
4	*	5
6	7	8

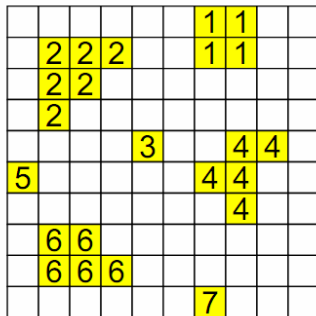
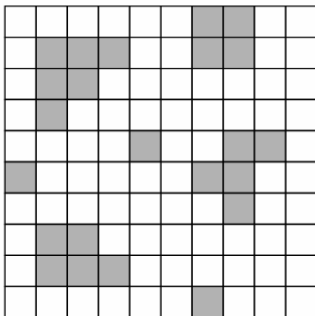
8-связность



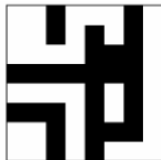
$$|x_1 - x_2| + |y_1 - y_2| \leq 1$$

$$|x_1 - x_2| \leq 1 \text{ и } |y_2 - y_1| \leq 1$$

Разметка связанных областей



Маркировка связанных компонент



1	1	0	1	1	1	0	1
1	1	0	1	0	1	0	1
1	1	1	1	0	0	0	1
0	0	0	0	0	0	0	1
1	1	1	1	0	1	0	1
0	0	0	1	0	1	0	1
1	1	0	1	0	0	0	1
1	1	0	1	0	1	1	1

1	1	0	1	1	1	0	2
1	1	0	1	0	1	0	2
1	1	1	1	0	0	0	2
0	0	0	0	0	0	0	2
3	3	3	3	0	4	0	2
0	0	0	3	0	4	0	2
5	5	0	3	0	0	0	2
5	5	0	3	0	2	2	2

Алгоритмы маркировки

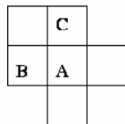
- Рекурсивный алгоритм маркировки (в памяти целиком) – алгоритм заливки
- Алгоритм построчной маркировки (большие изображения – обрабатываются порциями по 2 строки)

Рекурсивный алгоритм маркировки – алгоритм заливки

- Простой рекурсивный
- Заливка линиями
- Заливка с выделением границы

Метод последовательного сканирования

```
if A = 0 do nothing
else if (not B labeled) and (not C labeled)
increment label numbering and label A
else if B xor C labeled
copy label to A
else if B and C labeled
if B label = C label
copy label to A
else
copy either B label or C label to A
```



Случай конфликта

						1
					1	1
	2			1	1	1
2	2		1	1	1	1
2	2	2	?			

Пример

1	1	0	1	1	1	0	1
1	1	0	1	0	1	0	1
1	1	1	1	0	0	0	1
0	0	0	0	0	0	0	1
1	1	1	1	0	1	0	1
0	0	0	1	0	1	0	1
1	1	0	1	0	0	0	1
1	1	0	1	0	1	1	1

1	1	0	2	2	2	0	3
1	1	0	2	0	2	0	3
1	1	1	1	0	0	0	3
0	0	0	0	0	0	0	3
4	4	4	4	0	5	0	3
0	0	0	4	0	5	0	3
6	6	0	4	0	0	0	3
6	6	0	4	0	7	7	3

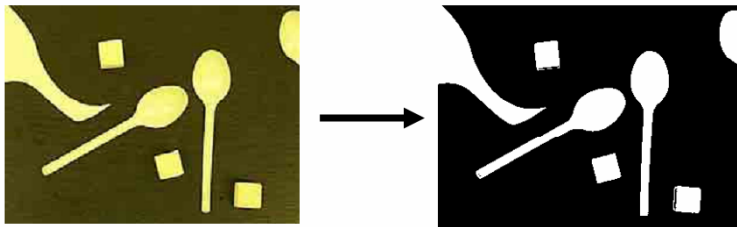
Структура данных для объединения-поиска

1	1	0	2	2	2	0	3
1	1	0	2	0	2	0	3
1	1	1	1	0	0	0	3
0	0	0	0	0	0	0	3
4	4	4	4	0	5	0	3
0	0	0	4	0	5	0	3
6	6	0	4	0	0	0	3
6	6	0	4	0	7	7	3

1	1	0	1	1	1	0	3
1	1	0	1	0	1	0	3
1	1	1	1	0	0	0	3
0	0	0	0	0	0	0	3
4	4	4	4	0	5	0	3
0	0	0	4	0	5	0	3
6	6	0	4	0	0	0	3
6	6	0	4	0	3	3	3

1	2	3	4	5	6	7
0	1	0	0	0	0	3

Хорошие входные данные



Формула для подсчёта

- Внешние углы

0	0
0	1

0	0
1	0

1	0
0	0

0	1
0	0

- Внутренние углы

1	1
1	0

1	1
0	1

0	1
1	1

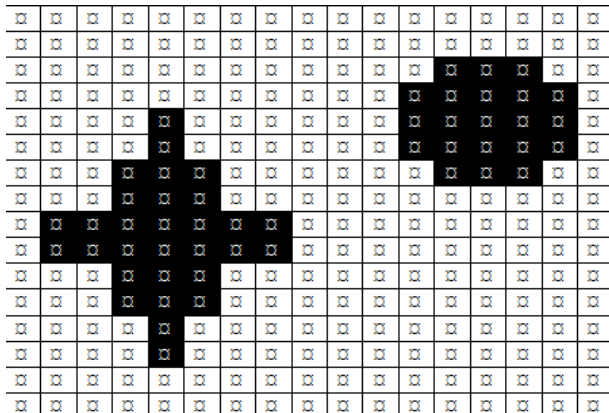
0	1
1	1

- $(\text{Внешние углы} - \text{Внутренние углы})/4$

Подсчёт объектов 1

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Подсчёт объектов 2



Содержание

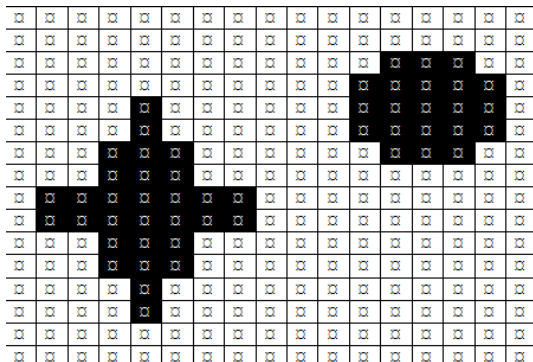
- 1 Выделение и маркировка связанных областей
 - Выделение связанных областей
 - Маркировка связанных областей
 - Подсчёт объектов на изображении
- 2 Свойства областей бинарного изображения
 - Геометрические свойства
 - Свойства формы
- 3 Математическая морфология
 - На чём основана
 - Дилатация и эрозия
 - Замыкание и размыкание
 - Основные морфологические алгоритмы

Свойства областей бинарного изображения

- Геометрические (площадь, центр тяжести, экстремальные точки)
- Свойства формы (характеристики округлости и продолговатости)
- Свойства интенсивности (средняя, текстурные статистики)

Площадь

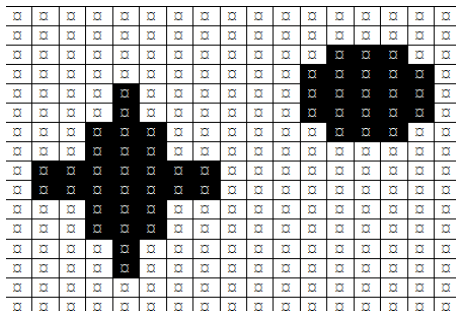
$$A = \sum_{(r,c) \in R} 1$$



Центр тяжести

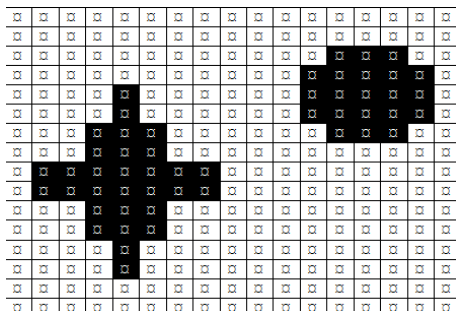
$$\bar{r} = \frac{1}{A} \sum_{(r,c) \in R^r} r$$

$$\bar{c} = \frac{1}{A} \sum_{(r,c) \in R^c} c$$



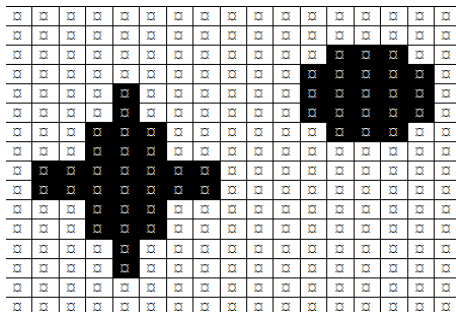
Периметр

$$|P| = \left| \left\{ k \mid (r_{r+1}, c_{r+1}) \in N_4(r_r, c_r) \right\} \right| + \sqrt{2} \left| \left\{ k \mid (r_{r+1}, c_{r+1}) \in N_8(r_r, c_r) - N_4(r_r, c_r) \right\} \right|$$



Округлость

$$C_1 = \frac{|P|^2}{A}$$



Округлость Харалика 1974

$$C_2 = \frac{\mu_R}{\sigma_R}$$

$$\mu_R = \frac{1}{K} \sum_{k=0}^{K-1} \left\| (r_k, c_k) - (\bar{r}, \bar{c}) \right\|$$

$$\sigma_R = \left(\frac{1}{K} \sum_{k=0}^{K-1} \left[\left\| (r_k, c_k) - (\bar{r}, \bar{c}) \right\| - \mu_R \right]^2 \right)^{\frac{1}{2}}$$

Основные свойства областей изображений

```

0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 1 1 0 0
2 2 2 2 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 0
2 2 2 2 0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1
2 2 2 2 0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1
2 2 2 2 0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 0
2 2 2 2 0 0 0 0 0 0 0 1 1 1 1 0 0
2 2 2 2 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
2 2 2 2 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
2 2 2 2 0 0 3 3 3 0 0 0 0 0 0 0
2 2 2 2 0 0 3 3 3 0 0 0 0 0 0 0
2 2 2 2 0 0 3 3 3 0 0 0 0 0 0 0
2 2 2 2 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
    
```

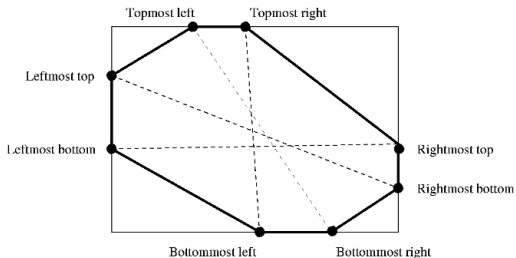
labeled connected-components image

region num.	region area	row of center	col of center	perim. length	circularity ₁	circularity ₂	radius mean	radius var.
1	44	6	11.5	21.2	10.2	15.4	3.33	.05
2	48	9	1.5	28	16.3	2.5	3.80	2.28
3	9	13	7	8	7.1	5.8	1.2	0.04

properties of the three regions

Описывающий прямоугольник и экстремальные точки

Для оценки приблизительного местоположения



$$D = \sqrt{(r_2 - r_1)^2 + (c_2 - c_1)^2} + Q(\Theta)$$

$$Q(\Theta) = \begin{cases} \frac{1}{|\cos \Theta|} & : |\Theta| < 45^\circ \\ \frac{1}{|\sin \Theta|} & : |\Theta| > 45^\circ \end{cases}$$

Центральный момент второго порядка

- Центральный момент второго порядка по строке

$$\mu_{rr} = \frac{1}{A} \sum_{(r,c) \in R} (r - \bar{r})^2$$

- Центральный момент второго порядка столбцу

$$\mu_{cc} = \frac{1}{A} \sum_{(r,c) \in R} (c - \bar{c})^2$$

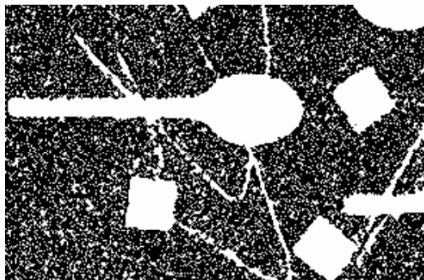
- Смешанный центральный момент второго порядка

$$\mu_{rc} = \frac{1}{A} \sum_{(r,c) \in R} (r - \bar{r})(c - \bar{c})$$

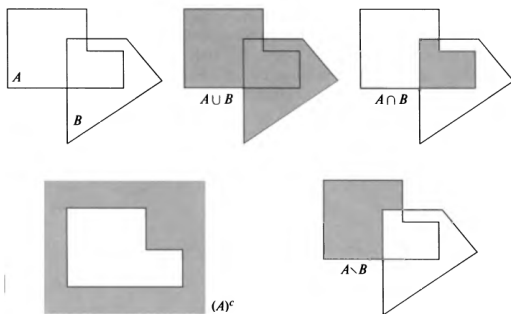
Содержание

- 1 Выделение и маркировка связанных областей
 - Выделение связанных областей
 - Маркировка связанных областей
 - Подсчёт объектов на изображении
- 2 Свойства областей бинарного изображения
 - Геометрические свойства
 - Свойства формы
- 3 Математическая морфология
 - На чём основана
 - Дилатация и эрозия
 - Замыкание и размыкание
 - Основные морфологические алгоритмы

Плохие входные данные



Операции над множествами



- Два множества A и B
- Объединение множеств A и B
- Пересечение множеств A и B
- Дополнение множеств A и B
- Разность множеств A и B

Кроме того

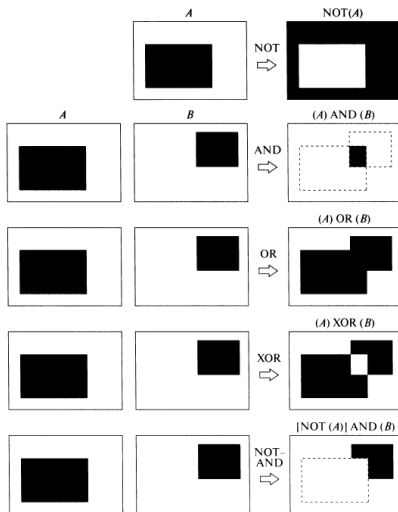
- Центральное отражение

$$\hat{B} = \{w \mid w = -b, b \in B\}$$

- Параллельный перенос

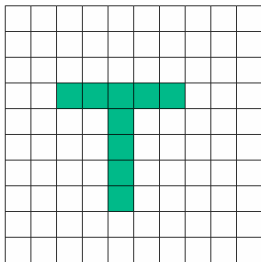
$$(A)_z = \{c \mid c = a + z, a \in A\}$$

Логические операции



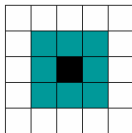
Основные действующие лица

A



Объект обработки

B



Структурный элемент – инструмент

Примеры структурирующих элементов

1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1

a) BOX(3,5)

	1	1	1	
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
	1	1	1	

b) DISK(5)

	1	1	1	
1				1
1				1
1				1
	1	1	1	

c) RING(5)

1	1		
1	1		
1	1	1	1
1	1	1	1

d)

1	1	1	1	1	1
1		1	1		1
1		1	1		1
1		1	1		1

e)

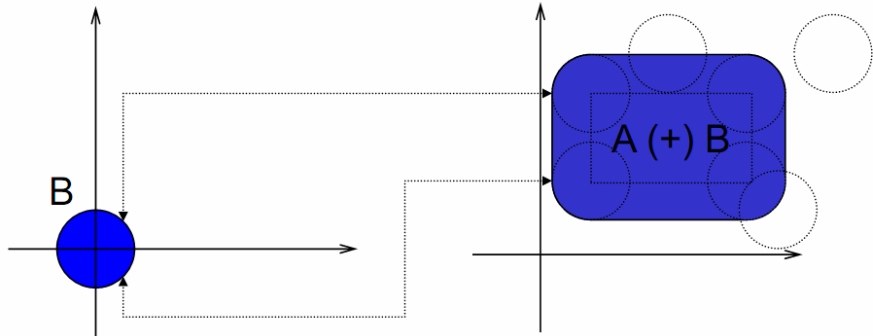
1
1
1
1

f)

Базовые операции морфологии

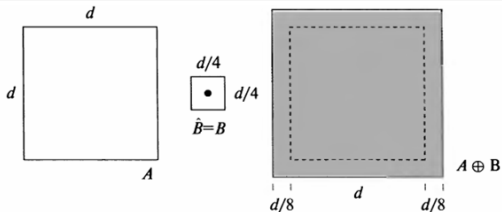
- Расширение или наращивание (Dilation)
- Сужение или эрозия (Erosion)
- Замыкание (closing)
- Размыкание (opening)

Расширение или наращивание (Dilation): геометрическая интерпретация



Дилатация множества A по множеству B

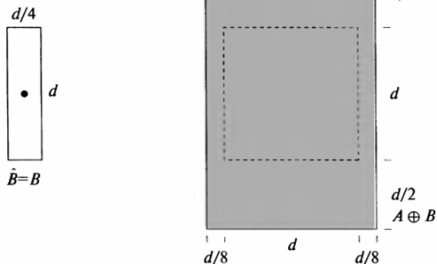
- Def:



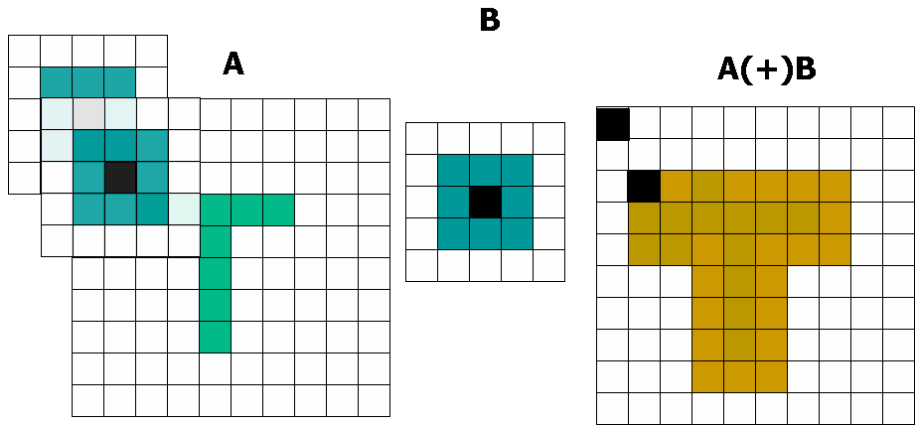
$$A \oplus B = \{z \mid (\hat{B})_z \cap A \neq \emptyset\}$$

- Def:

$$A \oplus B = \bigcup_{a \in A} B_a$$



Аналог логического или



Пример

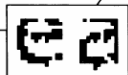
	1	1	1	1	1	1	
			1	1	1	1	
			1	1	1	1	
		1	1	1	1	1	
			1	1	1	1	
		1	1				

1	1	1
1	1	1
1	1	1

1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1			

Дилатация для текста

Historically, certain computer programs were written using only two digits rather than four to define the applicable year. Accordingly, the company's software may recognize a date using "00" as 1900 rather than the year 2000.



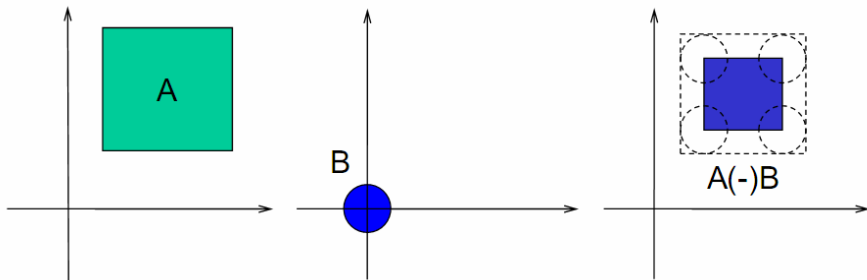
Historically, certain computer programs were written using only two digits rather than four to define the applicable year. Accordingly, the company's software may recognize a date using "00" as 1900 rather than the year 2000.



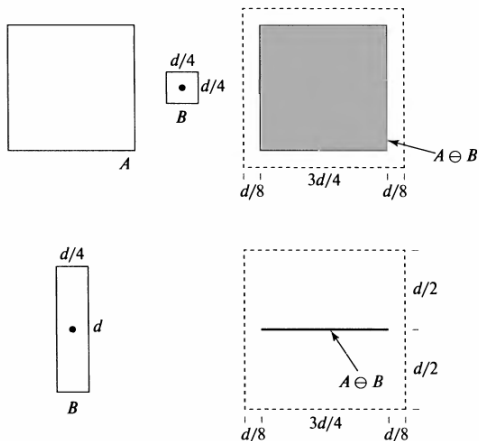
Макс длина разрыва = 2 пиксела

0	1	0
1	1	1
0	1	0

Сужение или эрозия (Erosion): геометрическая интерпретация



Сужение или эрозия (Erosion)



Эрозия множества A по множеству B

- Def:

$$A \ominus B = \{z \mid (B)_z \subseteq A\}$$

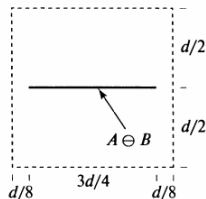
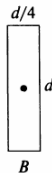
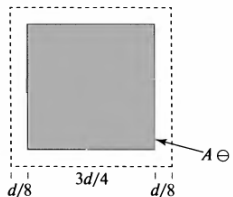
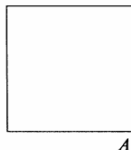
- Def:

$$A(-)B = \{a \mid a + b \in A \forall b \in B\}$$

- Def:

$$A(-)B = (A^C (+) B)^C,$$

где A^C – дополнение A



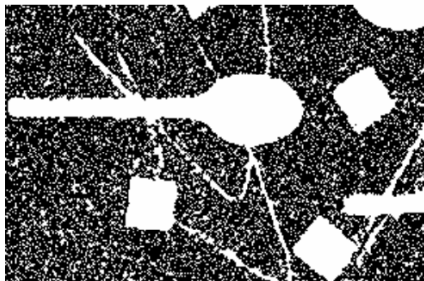
Пример

	1	1	1	1	1	1	
			1	1	1	1	
			1	1	1	1	
		1	1	1	1	1	
			1	1	1	1	
		1	1				

1	1	1
1	1	1
1	1	1

				1	1		
				1	1		
				1	1		

Плохие входные данные



Результат применения эрозии



$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & [1] & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$



$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & [1] & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$



$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & [1] & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Алгоритм морфологического расширения

```
void Dilation (BIT* src [], bool* mask [], BIT* dst []) {  
    //W, H – размеры исходного и результирующего изображений  
    //MW, MH – размеры структурного множества  
    for (y = MH/2; y < H - MH/2; y++)  
        for (x = MW/2; x < W - MW/2; x++) {  
            BIT max=0;  
            for (j = -MH/2; j <= MH/2; j++)  
                for (i = -MW/2; i <= MW/2; i++)  
                    if (mask[i][j] && src[x+i][y+j] > max)  
                        max = src[x+i][y+j];  
            dst[x][y] = max;  
        }  
}
```

Алгоритм морфологического сужения

```
void Dilation (BIT* src [], bool* mask [], BIT* dst []) {  
    //W, H – размеры исходного и результирующего изображений  
    //MW, MH – размеры структурного множества  
    for (y = MH/2; y < H - MH/2; y++)  
        for (x = MW/2; x < W - MW/2; x++) {  
            BIT min = MAXBIT;  
            for (j = -MH/2; j <= MH/2; j++)  
                for (i = -MW/2; i <= MW/2; i++)  
                    if (mask[i][j] && src[x+i][y+j] < min)  
                        min = src[x+i][y+j];  
            dst[x][y] = min;  
        }  
}
```

Свойства морфологических операций

Коммутативный закон

- $A (+) B = B (+) A$
- $A (-) B < > B (-) A$

Ассоциативный закон

- $A (+) (B (+) C) = (A (+) B) (+) C$
- $A (-) (B (-) C) = (A (-) B) (-) C$

Двойственность

$$(A \ominus B)^c = A^c \oplus \hat{B}$$

$$(A \oplus B)^c = A^c \ominus \hat{B}$$

- Дилатация и эрозия являются двойственными операциями по отношению к теоретико-множественным операциям дополнения и центрального отражения

$$A (-) B = (A^c (+) B)^c,$$

где A^c – дополнение A

Формальное доказательство

$$(A \ominus B)^c = A^c \oplus \hat{B}$$

$$(A \ominus B)^c = \{z \mid (B)_z \subseteq A\}^c$$

$$(A \ominus B)^c = \{z \mid (B)_z \cap A^c = \emptyset\}^c$$

$$(A \ominus B)^c = \{z \mid (B)_z \cap A^c \neq \emptyset\} = A^c \oplus \hat{B}$$

Результат применения эрозии и дилатации

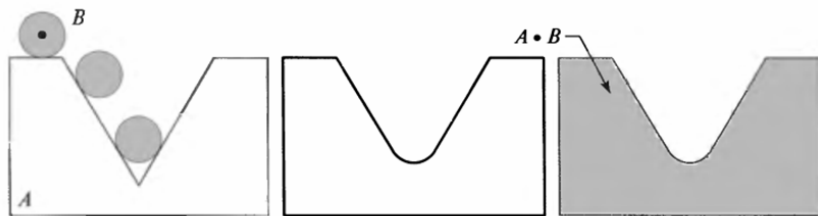


(а) Изображение, содержащее квадраты со сторонами 1, 3, 5, 7, 9 и 15 пикселей. (б) Результат эрозии изображения (а) по квадратному примитиву размерами 13×13 пикселей, заполненному единицами. (в) Результат дилатации изображения (б) по тому же примитиву.

Замыкание, закрытие (closing)

Def: $A \bullet B = (A \oplus B) - B$

$$\text{close}(A, B) = (A (+) B) (-) B$$



Пример замыкания

$$B \bullet S = (B \oplus S) - S$$

	1	1	1	1	1	1	
			1	1	1	1	
			1	1	1	1	
		1	1	1	1	1	
			1	1	1	1	
		1	1				

1	1	1
1	1	1
1	1	1

a) Binary image B

1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1	1	1	1
	1	1	1	1			

c) Dilation $B \oplus S$

	1	1	1	1	1	1	
		1	1	1	1	1	
		1	1	1	1	1	
		1	1	1	1	1	
		1	1	1	1	1	
		1	1				

e) Closing $B \bullet S$

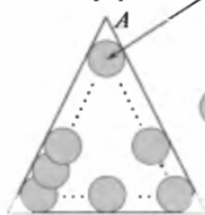
Свойства замыкания

- а) A является подмножеством (вложенным изображением) $A \bullet B$.
- б) Если C есть подмножество D , то $C \bullet B$ является подмножеством $D \bullet B$.
- в) $(A \bullet B) \bullet B = A \bullet B$.

Размыкание, раскрытие (opening)

Def: $A \circ B = (A(-)B) \oplus B$

Сдвиги B внутри A



$A \quad B = \cup \{(B)_z \mid (B)_z \subseteq A\}$



Пример размыкания

1	1	1
1	1	1
1	1	1

	1	1	1	1	1	1
			1	1	1	1
			1	1	1	1
		1	1	1	1	1
			1	1	1	1
		1	1			

$$B \circ S = (B - S) \oplus S$$

			1	1		
			1	1		
			1	1		

a) Binary image B

		1	1	1	1	
		1	1	1	1	
		1	1	1	1	
		1	1	1	1	
		1	1	1	1	

d) Erosion $B \ominus S$

f) Opening $B \circ S$

Сужение vs Размыкание



Сужение



Открытие

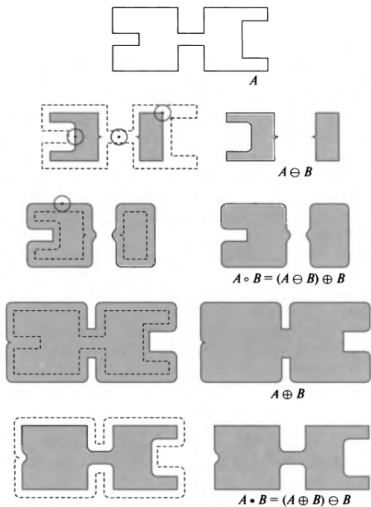
Свойства размыкания

- а) $A \circ B$ является подмножеством A (т.е. вложенным изображением).
- б) Если C есть подмножество D , то $C \circ B$ является подмножеством $D \circ B$.
- в) $(A \circ B) \circ B = A \circ B$.

Двойственность

$$(A \bullet B)^c = A^c \circ \hat{B}$$

Размыкание и замыкание

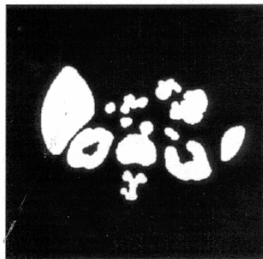
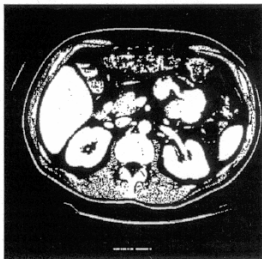


Морфологическая фильтрация



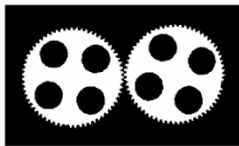
Исходное изображение предоставлено Национальным институтом стандартов и технологии США

Морфологическая фильтрация



- Размыкание структурирующим элементом DISK(13)
- Замыкание элементом DISK(2)

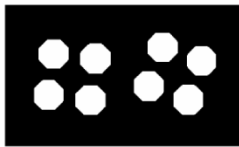
Контроль шестерѐнок



a) original image B



b) $B1 = B \ominus \text{hole_ring}$



c) $B2 = B1 \oplus \text{hole_mask}$



d) $B3 = B \text{ OR } B2$

- Работа Штернберга

Контроль шестерёнок 2



e) B7 (see text)



f) B8 = B AND B7



g) B9 = B8 \oplus tip.spacing



h) RESULT = ((B7 - B9) \oplus defect.cue) OR B9

Выделение областей примитивной формы с помощью бинарной морфологии



Исходное



Размыкание



Углы

Условное наращивание (conditional dilation)

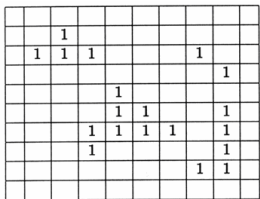
Def: $C_0 = C$ $C_n = (C_{n-1} \oplus S) \cap B$

$$C \oplus |_B S = C_m$$

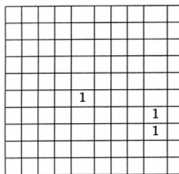
где индекс m – минимальный индекс, при котором

$$C_m = C_{m-1}$$

Условное наращивание (conditional dilation)



a) Binary image B

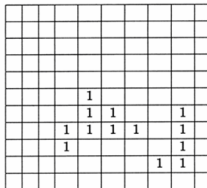


d) $C = B \ominus V$



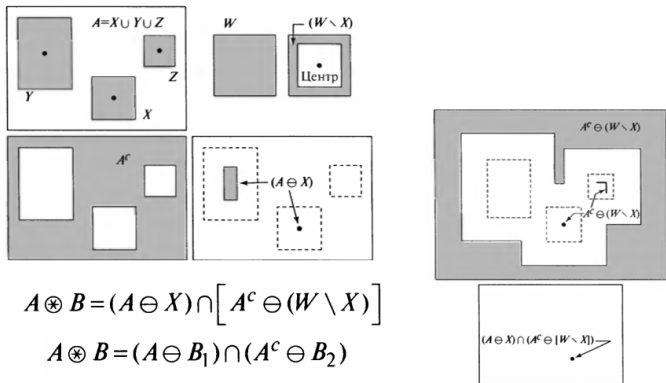
b) Structuring element V

c) Structuring element D



e) $C \oplus_B D$

Преобразование попадание пропуск (hit or miss transform)

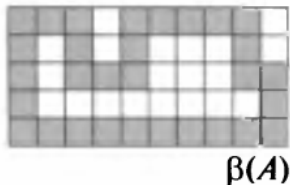
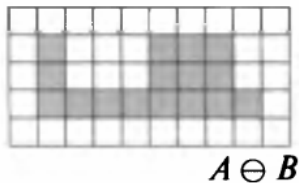
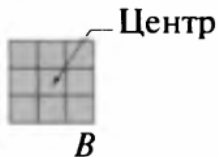
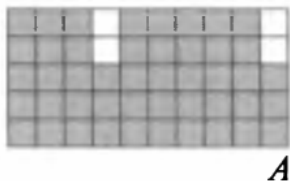


Основные морфологические алгоритмы

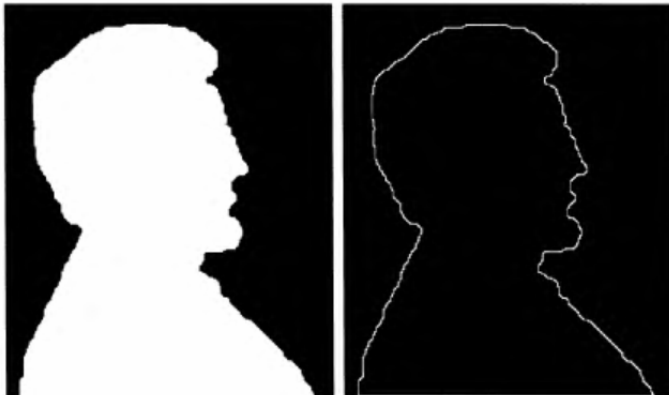
- Выделение границ
- Заполнение дырок
- Выделение связных компонент
- Построение выпуклой оболочки
- Утончение
- Утолщение

Выделение границ

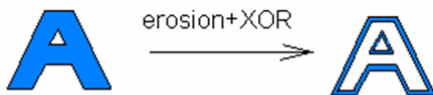
$$\beta(A) = A \setminus (A \ominus B)$$



Выделение границы

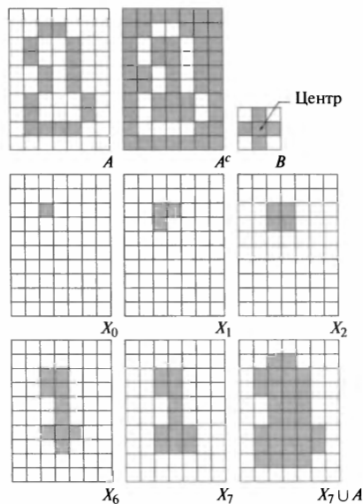


Выделение границы



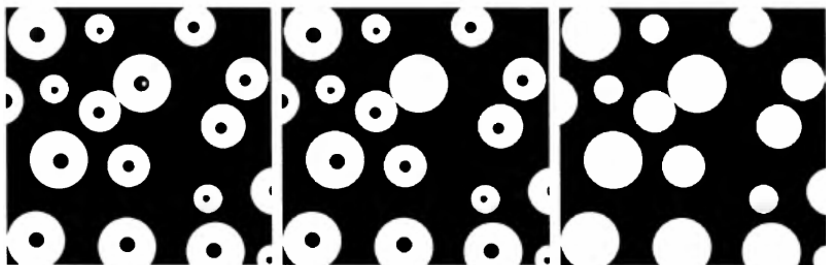
$B \setminus (B \ominus S)$ – внутренняя граница
 $(B \oplus S) \setminus B$ – внешняя граница

Заполнение дырок



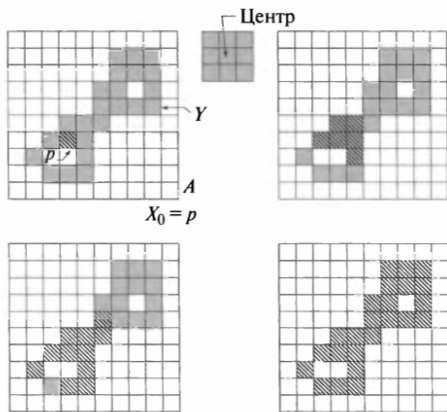
$$X_k = X_{k-1}$$

Заполнение дырок

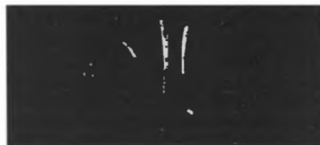
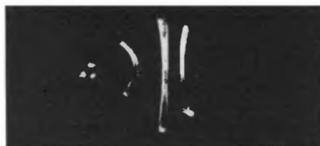


Выделение связанных компонент

$$X_k = (X_{k-1} \oplus B) \cap A \quad k = 1, 2, 3, \dots,$$

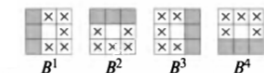


Выделение связанных компонент

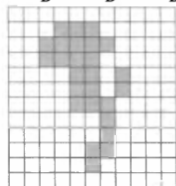


Номер связной компоненты	Число пикселей в связной компоненте
01	11
02	9
03	9
04	39
05	133
06	1
07	1
08	743
09	7
10	11
11	11
12	9
13	9
14	674
15	85

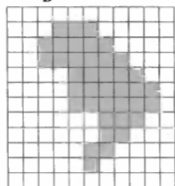
Построение выпуклой оболочки



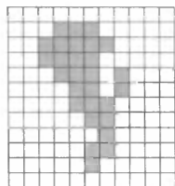
$$X_k^i = (X_{k-1}^i \otimes B^i) \cup A \quad i=1,2,3,4 \text{ и } k=1,2,3,\dots$$



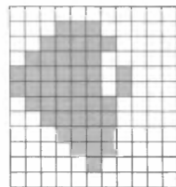
$X_0^1 = A$



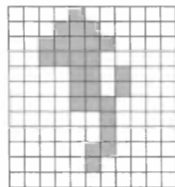
X_1^1



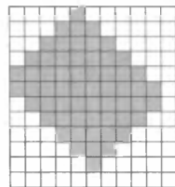
X_2^1



X_0^2



X_1^2

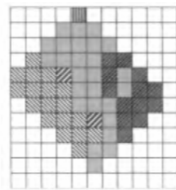


$C(A)$

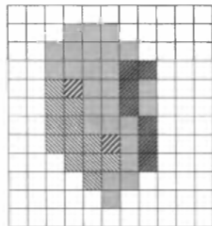
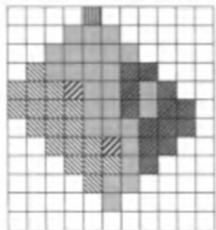
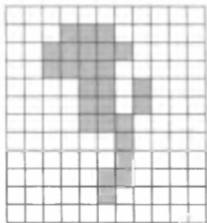
$$D^i = X_{\text{сход}}^i$$

$$X_k^i = X_{k-1}^i$$

$$C(A) = \bigcup_{i=1}^4 D^i$$



Построение выпуклой оболочки с ограничениями



Утончение

$$A \otimes B = A \setminus (A \otimes B) = A \cap (A \otimes B)^c$$

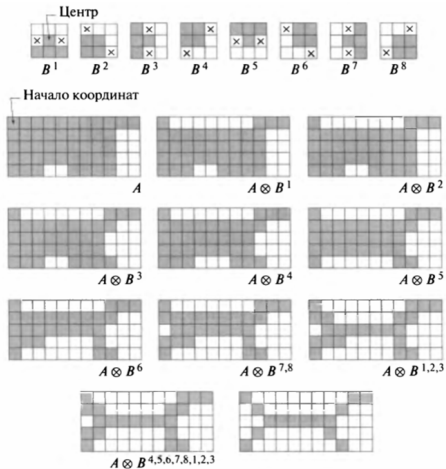
Симметричное утончение

$$\{B\} = \{B^1, B^2, B^3, \dots, B^n\}$$

$$A \otimes \{B\} = (((A \otimes B^1) \otimes B^2) \dots) \otimes B^n$$



Процесс симметричного утончения



Смежность и связность

1) 4-смежность. $N_4(p)$

$(x-1,y), (x+1,y), (x,y-1), (x,y+1)$

$$|x_1-x_2|+|y_1-y_2|\leq 1$$

2) 8-смежность. $N_8(p)$

$(x-1,y-1), (x+1,y-1), (x-1,y+1), (x+1,y+1)$

$$|x_1-x_2|\leq 1$$

$$|y_1-y_2|\leq 1$$

Смешанная смежность

0	1	1
0	1	0
0	0	1

0	1	1
0	1	0
0	0	1

$N_8(p)$

0	1	1
0	1	0
0	0	1

m-смежность

Термины

- Область
- Граница (замкнутый контур или край)
- Контур (разрывы яркости)
- Дискретный путь, длина пути

Мера расстояния

D – функция расстояния или метрика, если

$$D(p, q) \geq 0$$

$$D(p, q) = 0 \leftrightarrow p = q$$

$$D(p, q) = D(q, p)$$

$$D(p, z) \leq D(p, q) + D(q, z)$$

Метрики

Евклидово расстояние метрика L2

$$D_e(p, q) = \left[(x-s)^2 + (y-t)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

Расстояние D4 метрика L1

$$D_4(p, q) = |x-s| + |y-t|$$

$$\begin{array}{ccccccc} & & & & 2 & & \\ & & & & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 0 & 1 & 2 & & \\ & & & & 2 & 1 & 2 \\ & & & & 2 & & \end{array}$$

Расстояние D8 метрика L8

$$D_8(p, q) = \max(|x-s|, |y-t|)$$

Расстояния

D_4 D_8 D_m (кратчайший m -путь)

	p3	p4
p1	p2	
p		

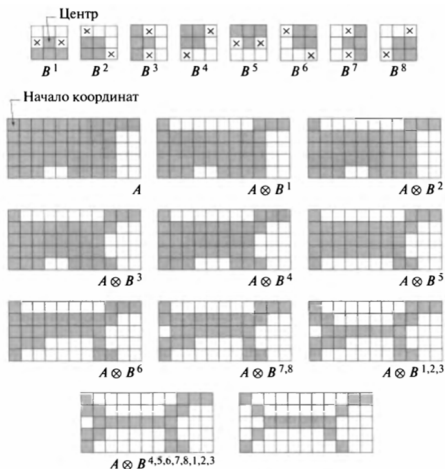
$p, p_2, p_4 = 1$



$A \otimes B^{4,5,6,7,8,1,2,3}$



Процесс симметричного утончения с исключением неоднозначности внутренних путей



Утолщение

$$A \odot B = A \cup (A \otimes B)$$

$$A \odot \{B\} = ((\dots((A \odot B^1) \odot B^2) \dots) \odot B^n)$$



Утолщение на базе дополнения

