

## Машина Поста.

Одним из центральных понятий информатики является понятие *алгоритма*. В 1936 году американский математик и логик Эмиль Леон Пост (1897–1954) предложил абстрактную вычислительную конструкцию, позволяющую формально определить алгоритм и названную впоследствии *машиной Поста*. При разработке вычислительной конструкции Пост руководствовался принципом создания максимально простой абстракции: минимумом операций при обработке информации, входная информация должна быть закодирована с использованием минимального набора символов.

Несмотря на “примитивность” машины Поста, любой существующий алгоритм может быть записан в виде программы для машины Поста. В теории алгоритмов существует так называемый “тезис Поста”: “Всякий алгоритм представим в форме машины Поста”. Этот тезис одновременно является формальным определением алгоритма. *Алгоритм* (по Посту) — программа для машины Поста, приводящая к решению поставленной задачи.

Тезис Поста является гипотезой. Его невозможно строго доказать (так же, как и тезис Тьюринга), потому что в нем фигурируют, с одной стороны, интуитивное понятие “всякий алгоритм”, а с другой стороны — точное понятие “машина Поста”. Для того чтобы опровергнуть гипотезу Поста, необходимо придумать алгоритм, который невозможно записать в виде программы для машины Поста. На сегодняшний день такого алгоритма не существует.

Машина Поста — это абстрактная (т.е. не существующая в арсенале действующей техники), но очень простая вычислительная машина.

### Теоретическая часть. Состав машины Поста

Машина Поста состоит из *ленты* и *каретки* (называемой также *считывающей* и *записывающей головкой*). Лента бесконечна и разделена на секции одинакового размера — *ячейки*.

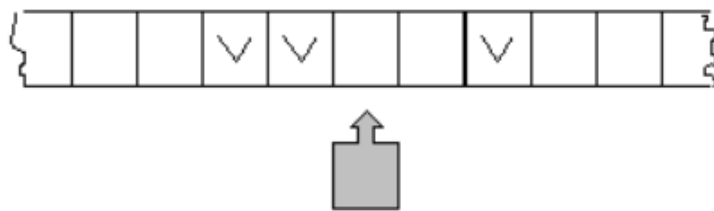


Рис. 1. В каждый момент времени каретка указывает на одну из ячеек

В каждой ячейке ленты может быть либо ничего не записано, либо стоять метка  $\vee$ . Информация о том, какие ячейки пусты, а какие содержат метки, образует *состояние ленты*. Иными словами, состояние ленты — это распределение меток по ячейкам. Состояние ленты меняется в процессе работы машины. Заметим, что наличие метки в ячейке можно интерпретировать как “1”, а отсутствие — “0”. Такое двоичное

представление информации подобно представлению, используемому практически во всех современных ЭВМ.

Каретка может передвигаться вдоль ленты влево и вправо. Когда она неподвижна, она стоит против ровно одной ячейки ленты; говорят, что каретка обзореваает одну ячейку. За единицу времени каретка может совершить одно из трех действий: стереть метку, поставить метку, совершить движение на соседнюю ячейку. *Состояние машины Поста* складывается из состояния ленты и положения каретки.

Действия каретки подчинены программе, состоящей из перенумерованного набора команд (команды можно представлять как строки программы). Команды бывают шести типов:

1. записать 1 (метку), перейти к  $i$ -й строке программы;
2. записать 0 (стереть метку), перейти к  $i$ -й строке программы;
3. сдвиг влево, перейти к  $i$ -й строке программы;
4. сдвиг вправо, перейти к  $i$ -й строке программы;
5. останов;
6. если 0, то перейти к  $i$ , иначе перейти к  $j$ .

Машина Поста, несмотря на внешнюю простоту, может производить различные вычисления, для чего надо задать начальное состояние каретки и программу, которая эти вычисления сделает. Машиной эта математическая конструкция названа потому, что при ее построении используются некоторые понятия реальных машин (ячейка памяти, команда и др.). Условимся каждый шаг программы обозначать номером. Команды машины будем обозначать следующим образом:

→	Шаг вправо
←	Шаг влево
V	Записать отметку
X	Стереть отметку
? $a: b$	Просмотреть ячейку: если в ячейке находится 0, то перейти на команду с номером $a$ , иначе на команду с номером $b$
!	Останов

Будем говорить, что мы можем *применить программу к текущему состоянию машины Поста*, если выполнение программы не приведет к заикливанию, т.е. рано или поздно мы выполним команду *останов*.

*Задача.* На ленте проставлена метка в одной-единственной ячейке. Каретка стоит на некотором расстоянии левее этой ячейки. Необходимо подвести каретку к ячейке, стереть метку и остановить каретку слева от этой ячейки.  
*Решение.* Сначала попробуем описать алгоритм обычным языком. Поскольку нам известно, что каретка стоит напротив пустой ячейки, но неизвестно, сколько шагов нужно совершить до пустой ячейки, мы можем сразу сделать шаг вправо; проверить, заполнена ли ячейка; если она пустая, то повторять эти действия до тех пор, пока не наткнемся на заполненную ячейку. Как только мы ее найдем, мы выполним операцию стирания, после чего нужно будет лишь сместить каретку влево и остановить выполнение программы.  
Программа для машины Поста:

1.  $\rightarrow$  2
2. ? 1; 3
3. X 4
4.  $\leftarrow$  5
5. !

Еще одним исходным соображением является следующее: поскольку знаки любого конечного алфавита могут быть закодированы цифрами, преобразование исходного слова может быть представлено в виде некоторых правил обработки чисел. По этой причине в машине Поста предусматривается только запись (представление) целых положительных чисел.

Целое число  $k$  записывается на ленте машины Поста посредством  $k + 1$  следующих подряд отмеченных секций, т.е. применяется *унарная* система счисления. Соседние записи чисел на ленте разделяются одной или несколькими пустыми секциями.

В задачах под *массивом* понимается последовательность подряд идущих меток, ограниченная пустыми ячейками.

### **Пример 1.**

На ленте записано некоторое число, и головка обзрывает одну из помеченных секций (любую). Составить программу прибавления единицы к этому числу.

### **Пример 2.**

На ленте записано некоторое число, и головка обзрывает одну из свободных секций (любую) левее записи. Составить программу прибавления единицы к этому числу

### Пример 3.

На информационной ленте машины Поста расположен массив из N меток. Каретка находится под крайней левой меткой. Какое состояние установится на ленте после выполнения следующей программы?

```
1 → 2
2 X 3
3 → 4
4 ? 5,2
5 ← 6
6 v 7
7 !
```

А теперь научим машину Поста играть в интеллектуальную игру, которая называется «Игра Баше».

### Опишем правила игры.

Играют двое. Перед ними 21 (или 16, или 11 и т. д.) фишка. Игроки берут фишки по очереди. За один ход можно взять от 1 до 4 фишек. Проигрывает тот, кто забирает последнюю фишку.

Имеется выигрышная тактика для игрока, берущего фишки вторым. Она заключается в том, чтобы брать такое количество фишек, которое дополняет число фишек, взятых соперником на предыдущем ходе, до пяти.

Роль фишек на информационной ленте машины Поста будут выполнять метки (знаки). Машина играет с человеком. Человеку предоставляется возможность стирать метки (брать фишки) первым. Машина будет вступать в игру второй.

**Исходная обстановка:** на ленте массив из 21 клетки содержит метки. Каретка установлена на крайней слева клетке этого массива. Стирать метки можно только подряд. Выигрышным результатом должна быть одна оставшаяся метка перед очередным ходом человека.

Еще раз напомним принцип выигрышной тактики: стирать столько меток, чтобы в сумме с метками, стертыми противником за предыдущий ход, их было пять.

Программа управления машиной Поста в игре Баше против человека приведена в таблице.

**Таблица 2.3. Программа игры Баше**

Команда	Действие
1 ? 2,1	Машина ждет появления пустой клетки над кареткой. После очередного хода человека машина делает свой ход. Если человек видит всего одну метку на ленте, он прекращает игру, признав свое поражение
2 → 3	Эта серия команд выведет каретку на пятую (десятую, пятнадцатую и т. д.) позицию. Какой бы ход ни сделал соперник, в ней обязательно будет стоять метка
3 → 4	
4 → 5	
5 → 6	
6 ↓ 7	Стирается метка в текущей клетке
7 ← 8	Шаг влево
8 ? 9,6	Если клетка не пустая, то возврат к команде 6
9 → 10	Каретка перемещается к первой помеченной клетке. После этого машина возвращается к команде 1 и ждет хода человека (или признания им своего поражения)
10 ? 9,1	

Действуя по данной программе и начиная стирать метки второй после человека, машина всегда будет выигрывать, если правильно задано начальное число меток, которое должно быть равно  $5n + 1$ , где  $n$  — любое натуральное число. В противном случае машина может проиграть.

## Учебная модель компьютера «Машина Поста».

<https://kpolyakov.spb.ru/prog/post.htm>

### Задания.

№1. Выяснить, применимы ли программы к заданным состояниям машины Поста, указать результат работы машины Поста для каждого состояния.

1)

1. ? 3,2
2. → 1
3. → 4
4. ? 6,5
5. ← 1
6. → 7
7. ? 8,9
8. !

9.  $\rightarrow 4$

Начальное состояние ленты:

- 1) 1110011
- 2) 1110111
- 3) 1001011

**2)**

1. ? 4,2
2. X 3
3.  $\rightarrow 9$
4. V 5
5.  $\rightarrow 6$
6. ? 7,6
7. V 8
8.  $\leftarrow 9$
9. ? 11,10
10.  $\rightarrow 1$
11. !

Начальное состояние ленты:

- 1) 111101
- 2) 111011
- 3) 111111

**3)**

1. ? 4,2
2. X 3
3.  $\rightarrow 6$
4. V 5
5.  $\rightarrow 1$
6. ? 4,7
7.  $\leftarrow 8$
8. ? 9,11
9. V 10
10.  $\leftarrow 1$
11. !

Начальное состояние ленты:

- 1) 1011
- 2) 11001
- 3) 10101

№2. Определить состояние, в котором окажется машина Поста в результате выполнения программы при заданном начальном состоянии ленты.

*Пояснение:* выделенная цифра, например *1*, означает, что эту ячейку каретка обозревает в начальный момент времени.

1)

1. ? 2,4
2. V 3
3. !
4. X 5
5. → 6
6. ? 8,7
7. ← 6
8. → 1

Начальное состояние ленты:

- 1) 1111101
- 2) 111111

2)

1. ? 2,3
2. !
3. → 4
4. ? 7,5
5. X 6
6. → 9
7. V 8
8. ← 2
9. ? 12,10
10. X 11
11. → 1
12. V 13
13. ← 1

Начальное состояние ленты:

- 1) 111111
- 2) 11101

### 3) 101111

№3. Написать программы для машины Поста, которые обладают следующими свойствами:

- программа применима к любому состоянию машины Поста;
- программа не применима ни к какому состоянию машины Поста, и зона работы для любого начального состояния — бесконечная;
- программа не применима ни к какому состоянию машины Поста, и зона работы для любого начального состояния ограничена одним и тем же числом ячеек, не зависящим от выбранного начального состояния ленты;